Ing. Arturo Quintana Aylwin

Investigación de ciclos en meteorología

Un capítulo aun abierto a la investigación científica es el de la existencia o no existencia de tendencias periódicas que afecten a los diversos fenómenos naturales y en especial a los meteorológicos.

En diversas partes del mundo, y en especial en Estados Unidos se han llevado a cabo investigaciones de todo orden sobre periodicidades en los fenómenos mencionados. Tiene ya su sitial destacado en la historia de la meteorología científica los nombres de Brüchner, Abbott, Marvin, Clayton, que han sido los principales propulsores de estos estudios.

Los métodos empleados en este sentido son las diversas formas de análisis armónico aplicadas a las series estadísticas que dan la medida de las intensidades de los fenómenos que se desean estudiar.

En general, los procedimientos utilizables en las búsquedas deben ser selectivos, es decir, que permitan separar las diversas ondas si es que varias de ellas intervienen simultáneamente en la magnitud del fenómeno estudiado.

Naturaleza de los fenómenos meteorológicos.—Desde el punto de vista estadístico podemos clasificar los fenómenos meteorológicos en continuos y discontinuos. Los primeros, como presión atmosférica, temperatura, humedad, etc., actúan en todo momento variando únicamente su intensidad; los segundos, como las precipitaciones, son de ocurrencia esporádica y su intensidad se acostumbra indicarla mediante la integral del fenómeno en un período determinado de tiempo, por ejemplo, un año, un día, etc.

Sin embargo, los métodos del análisis armónico aplicados a las series estadísticas son válidos para ambos tipos de fenómenos.

Aplicación del análisis armónico.—Sea una serie estadística que da a iguales intervalos de tiempo el valor medio de la intensidad del fenómeno o la integral de él en el intervalo correspondiente. Se trata de averiguar si los valores de la serie en su orden cronológico responden a una función del tipo siguiente:

$$Y = y_o + y_1 + y_2 + \dots \qquad (1)$$

$$Y = y_o + a_1 \, sen \frac{2\pi \, (t-t_1)}{T_1} + a_2 \, sen \, \frac{2\pi \, (t-t_2)}{T_2} + \dots$$

Aquí la variable independiente es el tiempo t siendo la variable dependiente la magnitud **Y** del fenómeno; y_o es el valor medio del fenómeno a lo largo de un tiempo suficientemente grande (tendiente a infinito). Se ha supuesto que Y está formada por varias ondas $y = f(t)$, siendo cada una armónica.

Así,

$$y_1 = a_1 \, sen \frac{2\pi \, (t - t_1)}{T_1}$$

$$y_2 = a_2 \, sen \frac{2\pi \, (t - t_2)}{T_2}, \quad \text{etc.}$$

Aquí a_1, a_2, a_3, etc. son las amplitudes de cada una de las ondas elementales.
T_1, T_2, T_3, etc. son los períodos de cada una respectivamente.
t_1, t_2, t_3, etc. definen el instante del origen de cada onda.

Concretando el problema propuesto, podría enunciarse así: *Determinar las ecuaciones de cada una de las ondas elementales;* naturalmente, dentro de la aproximación que permitan los valores estadísticos.

La selección de las distintas ondas se hace, por lo general, a base de procedimientos de integración. Entre éstos, los más importantes son:

a) El método de las diferencias acumuladas: y

b) El método del promedio móvil (per-ecuación).

a) *Breve exposición del método de las diferencias acumuladas y sus resultados.*— Consiste en calcular los residuos respecto de un valor base, que generalmente se adopta igual al medio aritmético. (En nuestro caso, siendo Y_1, Y_2, $Y_3 \ldots Y_n$ los valores estadísticos, los residuos serían $Y_1 - Y_0$, $Y_2 - Y_o, \ldots Y_n - Y_o$). En seguida se acumulan algebraicamente a partir de cierto instante, generalmente el instante inicial de la estadística, obteniendo así, por la intervención de los residuos sucesivos, una serie de valores. Si adoptamos como origen del tiempo el instante inicial al período estadístico, y si tomamos como unidad el intervalo dt de los valores estadísticos, la suma algebraica de los residuos sucesivos $\Sigma_o^t (Y - Y_o)$, no es otra cosa que la integral $\int_o^t (y - y_o)\, dt$

Por tanto, de (1) se deduce:

$$\Sigma_o^t (Y - Y_o) = A - \left(\frac{T_1}{2\pi}\right) a_1 \cos \frac{2\pi \, (t - t_1)}{T_1} - \left(\frac{T_2}{2\pi}\right) a_2 \cos \frac{2\pi \, (t - t_2)}{T_2} \ldots$$

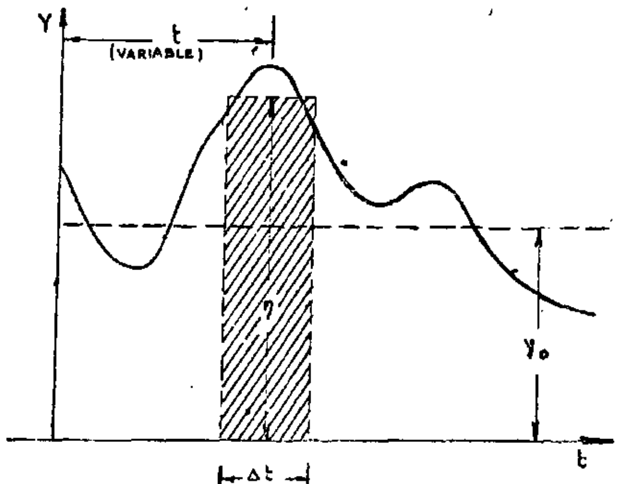
Se deduce que la serie resultante obedece a los mismos períodos que la original. En cuanto a las amplitudes se observa que han quedado amplificadas por el valor $\left(\frac{T}{2\pi}\right)$, o sea, en mayor proporción las de mayor período.

Se advierte fácilmente que una segunda integración con los residuos de esta nueva serie acentuará más aun el fenómeno de la amplificación de las ondas de período largo.

Sin entrar en mayores detalles se puede decir que es sencillo, a base de este método desarrollado en forma gráfica, separar las diversas ondas, empezando por las de mayor período,

b) Método del promedio móvil.—El método del promedio móvil, que tiene aplicación general en la estadística para averiguar las tendencias de una serie, eliminando los factores accidentales, tiene una aplicación especialísima en el caso de series que obedecen a más de una influencia de carácter periódico, porque, junto con eliminar el factor accidental, permite eliminar o restar importancia a algunos de los elementos periódicos, mediante una conveniente elección del período móvil.

En el presente trabajo llamamos la atención sobre las ventajas de este procedimiento en la selección de las ondas, ventajas que probablemente no han sido debidamente consideradas por los diversos investigadores, ya que no hemos tenido oportunidad de verlo utilizado en sus trabajos.



Pasamos a continuación a exponer la aplicación particular a que hemos llegado del método del promedio móvil, en el análisis de series estadísticas con elementos periódicos. Sea la curva del gráfico la representación de la serie estadística en análisis. Consideremos un intervalo móvil constante Δt. Sea t el tiempo correspondiente al centro del intervalo Δt. Sea η el valor medio de las ordenadas dentro del período Δt, o sea, la altura del rectángulo de base igual Δt, cuya superficie es igual a la correspondiente bajo la curva. Se tiene:

$$\eta = \frac{\int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} F(t)\, dt}{\Delta t} \qquad (2)$$

Siendo, como hemos visto:

$$F(t) = Y = y_o + a_1 \, sen \, \frac{2\pi(t - t_1)}{T_1} + a_2 \, sen \, \frac{2\pi(t - t_2)}{T_2} + \ldots.$$

resulta:

$$\eta = \frac{1}{\Delta t}\left[\int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} y_o \, dt + a_1 \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} sen \, \frac{2\pi(t - t_1)}{T_1} + a_2 \int_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} sen \, \frac{2\pi(t - t_2)}{T_2} + \ldots\right]$$

$$\eta = y_o - \frac{a_1}{\frac{2\pi\Delta t}{T_1}} \left| \cos \frac{2\pi(t - t_1)}{T_1} \right|_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}} - \frac{a_2}{\frac{2\pi\Delta t}{T_2}} \Bigg| \ldots\ldots\ldots\ldots \Bigg|_{t-\frac{\Delta t}{2}}^{t+\frac{\Delta t}{2}}$$

Después del desarrollo de los límites, resulta:

$$\eta = y_o + \frac{sen \, \frac{\pi\Delta t}{T_1}}{\frac{\pi\Delta t}{T_1}} \, a_1 \, sen \, \frac{2\pi(t - t_1)}{T_1} + \frac{sen \, \frac{\pi\Delta t}{T_2}}{\frac{\pi\Delta t}{T_2}} \, a_2 \, sen \, \frac{2\pi(t - t_2)}{T_2} + \ldots. (3)$$

Designando:

$$\frac{sen \, \frac{\pi\Delta t}{T_1}}{\frac{\pi\Delta t}{T_1}} = K_1$$

$$\frac{sen \, \frac{\pi\Delta t}{T_2}}{\frac{\pi\Delta t}{T_2}} = K_2 \qquad (4)$$

y en general:

$$\frac{sen \, \frac{\pi\Delta t}{T}}{\frac{\pi\Delta t}{T}} = K$$

se tiene:

$$(5) \qquad \begin{cases} \eta = y_o + K_1 a_1 \, sen \dfrac{2\pi(t-t_1)}{T_1} + K_2 a_2 \, sen \dfrac{2\pi(t-t_2)}{T_2} + \ldots \\ \eta = y_o + K_1 y_1 + K_2 y_2 + \ldots + K_n y_n \end{cases}$$

Se puede observar que las ondas resultantes de la integración son sincrónicas con las de la serie estadística, variando solamente la amplitud de cada una, debido a la intervención del factor K particular de cada onda.

Estudio de la función K.

Consideremos la función:

$$K = \frac{sen \dfrac{\pi \Delta t}{T}}{\dfrac{\pi \Delta t}{T}}$$

En el denominador aparece el arco y en el numerador el seno correspondiente; por lo tanto, K es siempre menor que la unidad. El mayor valor que puede tener es la unidad, lo que ocurre cuando $\Delta t = 0$, ó bien cuando $T = \infty$. Se deduce que cuando el período móvil es muy pequeño la serie resultante es prácticamente igual a la primitiva, y también que para valores finitos del período móvil, las ondas de período muy largo no experimentarán prácticamente variación.

Se deduce, además, que K es nulo para todo valor de Δt múltiplo de T, o sea:

$$\Delta t = n\,T, \text{ siendo } n = 0, 1, 2, 3 \ldots \infty$$

A continuación se incluye un cuadro que da los valores de K para diversos valores $\dfrac{\Delta t}{T}$:

$\dfrac{\Delta t}{T}$	$K = \dfrac{sen \dfrac{\pi \Delta t}{T}}{\dfrac{\pi \Delta t}{T}}$
0,0	1,00
0,1	0,99
0,2	0,94
0,3	0,85
0,4	0,76
0,5	0,64
0,6	0,51
0,7	0,36
0,8	0,24
0,9	0,11
1,0	0,00
1,2	—0,16
1,4	—0,22
1,5	—0,21
1,6	—0,19
1,8	—0,10
2,0	0,00
2,3	0,11
2,5	0,13
2,7	0,09
3,0	0,00
3,5	—0,09
4,0	0,00
4,5	0,07
5,0	0,00
5,5	—0,06
6,0	0,00
6,5	0,05
7,0	0,00
7,5	—0,04

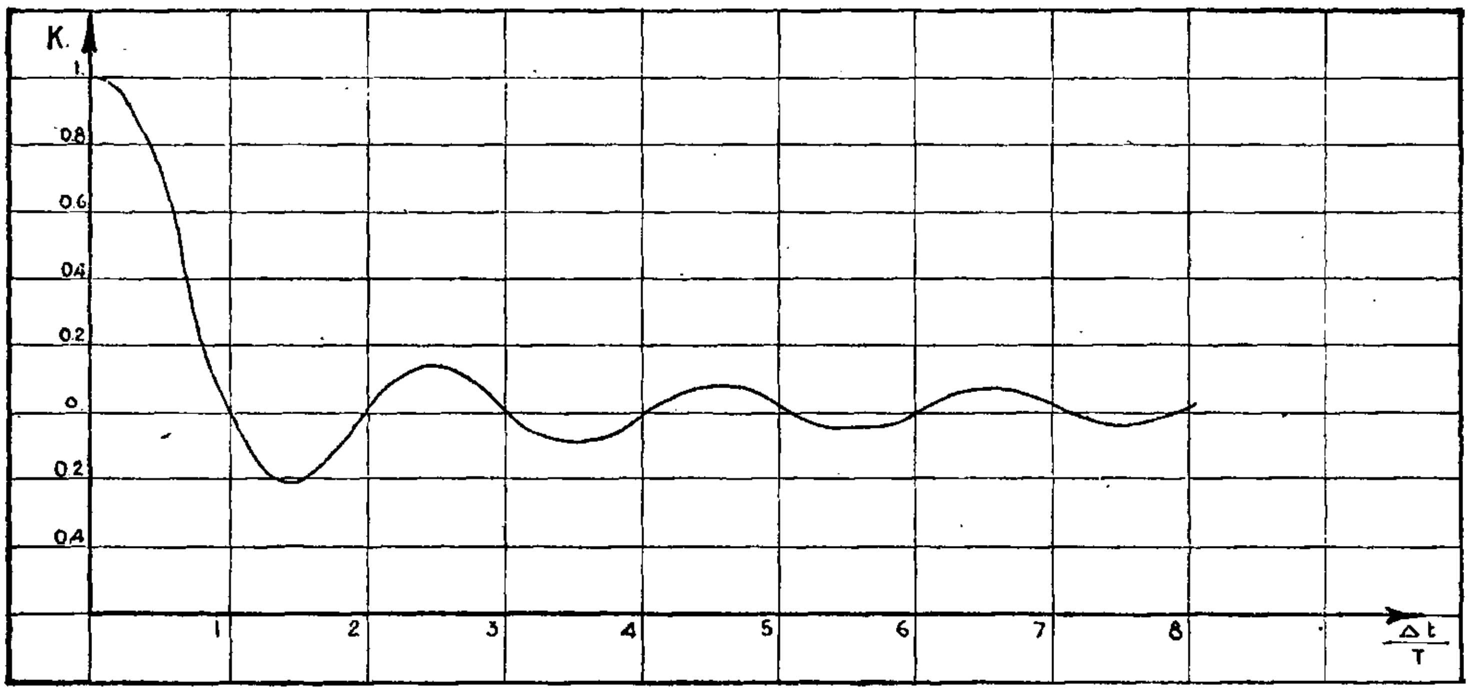


Gráfico 1

En el gráfico N.° 1 adjunto, se ha representado el cuadro anterior.

Del análisis de la fórmula, de las observaciones del cuadro y del gráfico adjunto, se deducen las siguientes conclusiones de importancia para la aplicación práctica del método:

1.° El valor de K se anula cuando el período T es igual ó sub-múltiplo del intervalo móvil de integración.

2.° El valor de K es pequeño para valores del período T poco diferentes del intervalo móvil de integración o de sus sub-múltiplos.

3.° El valor K es pequeño para cualquier valor del período T que sea una fracción pequeña del período móvil de integración.

Para la aplicación práctica habrá que recurrir a la elección conveniente del período Δt, y también, a veces a la repetición del método de la serie per-ecuada.

Un ejemplo ilustrará la selectividad del método.

Supongamos una serie estadística que sea la resultante de tres elementos periódicos de 3,5 años, 11 años y 23 años de período. y cuyas amplitudes sean iguales a 100. Sea $t = 10$ años, el intervalo del promedio móvil adoptado. En el cuadro siguiente aparecen los valores resultantes para las amplitudes después de una primera y una segunda per-ecuación:

Período	Amplitud serie inicial	Amplitud Primer promedio móvil 10 años	Amplitud 2.° promedio móvil 10 años
3,5	100	5	0,25
11	100	11	1,2
23	100	72	52

Se puede observar que después del 2.° promedio prácticamente ha quedado reducida la serie al resultado de onda más larga (23 años en este caso), en un gráfico será fácil determinar aproximadamente la amplitud y período de la onda de 23 años per-ecuada dibujando la curva suavizadora. Para tener el valor de la amplitud de la onda primitiva de 23 años bastará multiplicar el valor obtenido del gráfico

por $\frac{1}{K^2}$, en este caso $\frac{1}{0{,}52}$, con lo cual llegamos al valor 100.

Conocido el período y amplitud de la onda más larga se puede calcular para cada año el valor de su ordenada y desglosar su valor de la serie estadística primitiva, resultando así una serie en que solamente las dos ondas de menor longitud intervienen. A esta nueva serie se deberá aplicar el promedio móvil empleando ahora otro valor más conveniente de *t*. Adoptemos, por ejemplo, 3 años. Resultan los siguientes valores:

Período años	Amplitud serie inicial	Amplitud Primer promedio móvil 3 años	Amplitud 2.° promedio 3 años
3,5	100	14	2
11	100	87	75

En la misma forma explicada anteriormente se obtendrían los elementos de la onda de 11 años, y mediante el desglosamiento de ésta, se obtendrá como resultante la de 3,5 años.

Aplicación a la investigación de ciclos en las precipitaciones atmosféricas.—Por el procedimiento anteriormente indicado es fácil investigar la existencia de ciclos en algunos aspectos de las precipitaciones atmosféricas.

Si nos referimos en especial a las sumas anuales de precipitaciones, cabe hacer notar que las investigaciones llevadas a cabo por diversas autoridades indican como más notorios un ciclo de 11 años y otro al que en un principio se atribuyó por Brückner un período de 33 años más o menos, pero que investigaciones más documentadas han fijado en 23 años. Además, un período de 60 a 80 años, fuera de algunos períodos menores que el primero indicado.

Como un ejemplo de la aplicación de nuestro método vamos a acompañar una parte de la investigación llevada a cabo por nosotros con la estadística de Santiago de Chile. Sobre la base del conocimiento de los principales ciclos que pueden esperarse, hemos fijado en 11 años el período móvil de integración para poner en evidencia los períodos mayores, eliminando totalmente el período de 11 años y haciendo perder importancia a los de menor duración.

A continuación se acompaña un cuadro con la estadística de Santiago de Chile y el promedio móvil de 11 años.

Año	Lluvia anual mms.	Promedio 11 años	Año	Lluvia anual mms.	Promedio 11 años
1854	464		1896	263	419
55	547		97	355	409
56	550		98	498	415
57	229		99	773	447
58	622		1900	820	490
59	324	425	01	384	490
1860	513	417	02	505	490
61	365	377	03	194	474
62	420	348	04	686	448
63	86	382	05	616	402
64	550	340	06	293	343
65	258	339	07	269	335
66	220	311	08	203	313
67	234	292	09	184	359
68	599	281	1910	271	330
69	158	296	11	170	295
870	204	268	12	291	287
71	316	263	13	268	296
72	158	303	14	701	337
73	294	317	15	237	347
74	264	277	16	225	362
75	239	323	17	203	387
76	203	344	18	377	388
77	650	343	19	649	379
78	401	361	1920	290	330
79	166	370	21	435	365
1880	653	382	22	449	382
81	441	371	23	306	394
82	304	403	24	66	392
83	365	407	25	259	379
84	387	392	26	760	382
85	398	397	27	406	374
86	110	394	28	340	362
87	564	365	29	354	381
88	693	359	1930	503	392
89	230	348	31	320	409
1890	222	339	32	349	372
91	615	327	33	316	352
92	123	349	34	519	
93	239	344	35	253	
94	242	350	36	377	
95	293	404	37	346	
			38	202	

En el gráfico N.° 2 anexo aparecen en ordenadas los valores del promedio móvil del cuadro anterior. En él se pueden constatar más o menos claramente dos ciclos.

a) Uno con período de alrededor de 60 a 70 años. Su longitud no es muy precisa en este caso porque la estadística es corta para precisarlo bien. Su amplitud es aproximadamente de 40 mms.

b) Un ciclo con período de 21 a 24 años. Su amplitud no aparece completamente uniforme, siendo la amplitud media reducida ($K \cdot a$) igual a 72,5. Siendo en este caso $\frac{\Delta t}{T} = 0{,}48$, o bien, $K = 0{,}66$, el valor de la amplitud media en la serie estadística es de $\frac{72{,}5}{0{,}66} = 110$ mms. O sea, que debido a la influencia de este ciclo se producen en las lluvias de Santiago oscilaciones de 220 mms. entre sus tendencias mínima y máxima.

La presencia combinada de ambos ciclos produce una diferencia de cerca de 300 mms. entre sus mínimos y máximos combinados.

Un estudio con el promedio móvil de 3 años indica que el período de 11 años tiene amplitud aproximada de 80 mms.

Cabe hacer notar que existe una parte fuerte en las variaciones de las sumas anuales que parecen inanalizables, y por lo tanto asimilables a variaciones accidentales locales atribuibles al azar. Por este motivo los promedios de pocas unidades (Δt muy corto) quedan afectados considerablemente por este factor, de acuerdo con la ley de los grandes números.

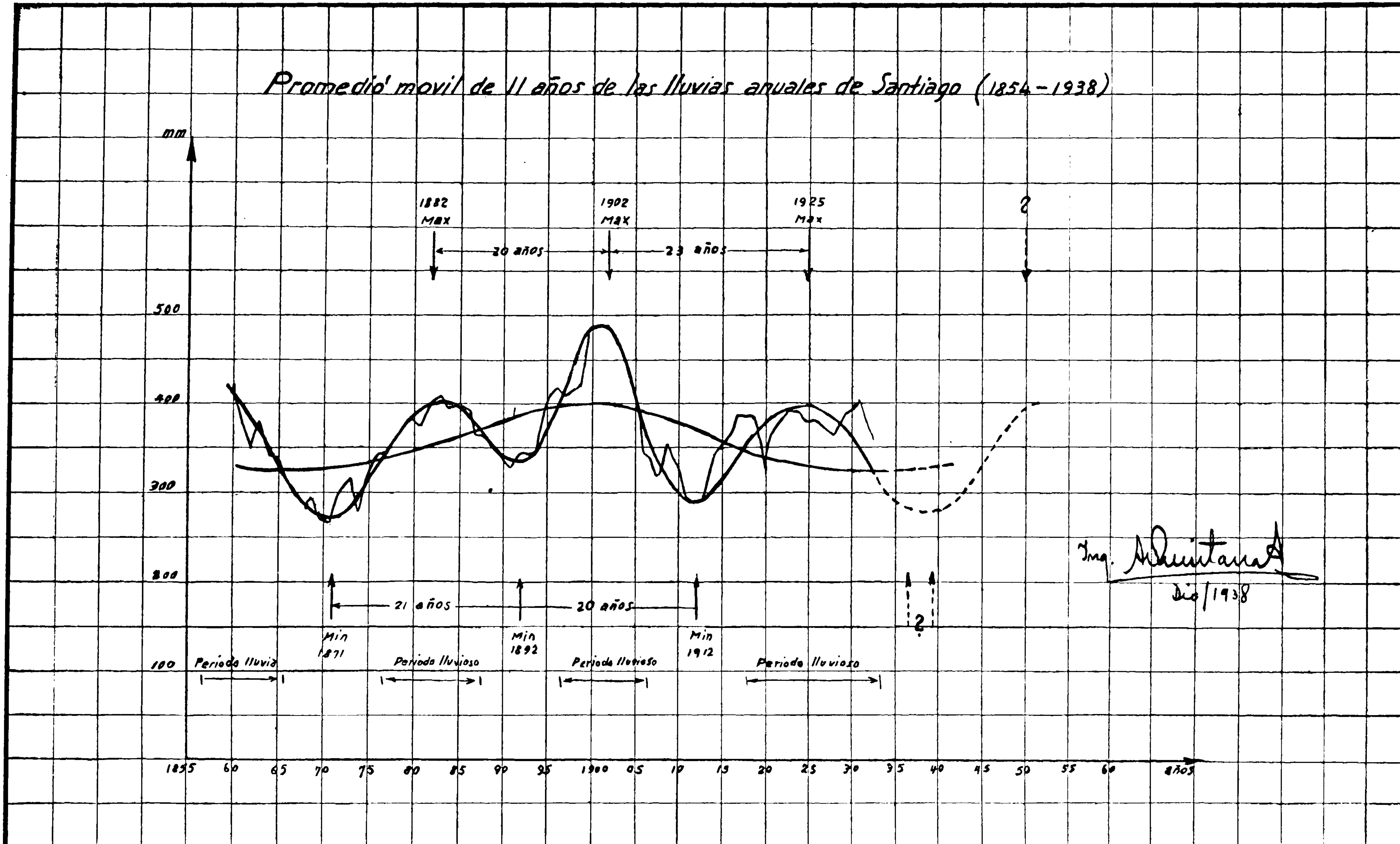
Creemos que para hacer la investigación de los períodos cortos que requieren el empleo de promedios móviles de pocos años, habría que referirse no únicamente a la estadística de una estación pluviométrica, sino al promedio o el índice que se escoja para representar toda una zona controlada por varias estaciones pluviométricas, eliminando así el factor accidental local.

Discusión sobre la validez de la función sinusoidal para representar los ciclos pluviométricos.—La teoría que hemos desarrollado se basa en una distribución más o menos simétrica de los valores estadísticos respecto del medio aritmético, hipótesis que hemos desechado en otro estudio sobre definición o determinación del régimen pluviométrico en cuanto a magnitud y variabilidad. En realidad hemos demostrado que el valor 50% se identifica numéricamente con el medio geométrico. La simetría de Gauss debe en realidad buscarse en la serie formada por los logaritmos de los valores de la serie estadística.

En nuestro caso debe también llegarse a mejores resultados operando con los valores de las sumas anuales a escala logarítmica, o sencillamente con los valores de los logaritmos de los valores estadísticos.

El hecho de operar con los valores naturales trae como consecuencia que las ramas positivas de las ondas son de menor duración, si bien de mayor amplitud.

En la actualidad realizamos algunos estudios sobre la base logarítmica que dejamos indicada.



Promedio movil de 11 años de las lluvias anuales de Santiago (1854-1938)
mm
500
400
300
200
100
1882
Max
1902
Max
1925
Max
20 años
23 años
21 años
20 años
Min
1871
Min
1892
Min
1912
Periodo lluvio
Periodo lluvioso
Periodo lluvioso
Periodo lluvioso
1855
60
65
70
75
80
85
90
95
1900
05
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
años
Ing. A. Quintana A.
Dic/1938

Gráf. N.º