

# USO DE TIEMPOS DE VIAJE EN LA ESTIMACION DE INDICADORES DE CONGESTIÓN

Matías Navarro, Pontificia Universidad Católica de Chile, minavar1@uc.cl  
Juan Carlos Herrera, Pontificia Universidad Católica de Chile, jch@ing.puc.cl

## RESUMEN

Los datos de tiempo de viaje son más fáciles de obtener hoy en día debido a los avances tecnológicos. Estos datos son principalmente usados por los conductores para planificar sus viajes y por los operadores para monitorear el tráfico. Este artículo propone una simple y efectiva metodología para obtener más información desde este tipo de datos. En particular, este método intenta usar los datos de tiempo de viaje para construir las curvas acumuladas entre dos puntos de un tramo de vía. Al hacerlo, indicadores agregados como flujo de llegada o demora total pueden ser obtenidos. Por consiguiente, el costo social de la congestión causado por diferentes cuellos de botella puede ser calculado, agregando mayor valor a los datos utilizados.

*Palabras claves: costo de congestión, sensores móviles, dispositivos GPS, teléfonos inteligentes, tiempo de viaje*

## ABSTRACT

Reliable travel time data are easier to obtain today than a few years ago due to technological advances. These data are mainly used by drivers to plan their trips and by agencies to monitor traffic. This article proposes a simple and effective methodology to obtain more information from this type of data. In particular, it tries to use travel time data to construct cumulative curves at two points on a road section. By doing so, aggregated measures such as arrival flow and total delay can be computed. Therefore, the social cost of congestion caused by different bottlenecks can be easily assessed, adding more value to travel time data.

*Keywords: congestion cost, mobile sensors, GPS devices, smartphones, travel time.*

## 1 INTRODUCCIÓN

El tiempo de viaje entre dos puntos de interés corresponde al tiempo que le toma a un vehículo viajar entre ellos. Estos datos son usados principalmente por los usuarios para planificar sus viajes, lo cual es información muy valiosa para ellos (Coifman, 2002). Por su parte, los operadores usan estos datos para monitorear el tráfico e implementar estrategias que mitiguen la congestión (Choe et al, 2002; Coifman & Krishnamurthy, 2007; Coifman, 1999). Estos datos también son usados para calibrar modelos de simulación de tráfico y para cuantificar los potenciales beneficios de tecnologías emergentes de detección (Coifman & Cassidy, 2002).

Para conocer el tiempo de viaje, usualmente se utilizan vehículos flotantes, los cuales son enviados cada cierto intervalo de tiempo y reportan su tiempo de viaje. El tiempo de viaje es almacenado manualmente, y no se encuentra fácilmente disponible para los usuarios. Afortunadamente, las nuevas tecnologías son capaces de recolectar tiempos de viaje de una manera más segura y fácil que antes. La reidentificación de patentes (Cui & Huang, 1997), la tecnología *bluetooth* (Haseman et al, 2010), los teléfonos celulares (Bar-Gera, 2007) y los teléfonos celulares con GPS (Herrera et al., 2010) son ejemplos de tecnologías capaces de recolectar datos de tiempo de viaje de una manera fácil. Sin embargo, no todos los vehículos en la vía están equipados con estas tecnologías. Por eso, mediciones agregadas tales como el flujo y/o la densidad no son provistas por los datos de tiempo de viaje (un diagrama fundamental sería necesario en ese caso). Este tipo de información es relevante para propósitos de evaluación.

Nosotros creemos que más información puede ser extraída de los datos de tiempo de viaje. El objetivo de este trabajo es investigar qué otro tipo de información puede ser obtenida desde los datos de tiempo de viaje. En particular, estamos interesados en conocer flujos y demoras totales cuando hay congestión, basándonos en los datos de tiempo de viaje.

A continuación, la sección 2 describe la metodología que proponemos para construir el diagrama de curvas acumuladas en un segmento de vía a partir de los datos de tiempo de viaje. La sección 3 evalúa la metodología en dos diferentes lugares de estudio y comenta los resultados encontrados. Finalmente, la sección 4 presenta las principales conclusiones de este estudio, así como también las futuras líneas de investigación.

## 2 METODOLOGÍA

Para una vía dada,  $A(t)$  y  $D(t)$  son las curvas acumuladas en el punto  $A$  y  $D$  respectivamente ( $A$  se encuentra aguas arriba de  $D$ ). Si estas dos curvas son graficadas en el diagrama  $N-t$  (diagrama de entradas y salidas), el tiempo de viaje desde  $A$  y hasta  $D$  corresponde a la distancia horizontal entre  $A(t)$  y  $D(t)$ .

Con el conocimiento del tiempo de viaje entre los puntos de la vía  $A$  y  $D$ , la metodología propuesta intenta construir las curvas acumuladas en estos dos lugares. El objetivo es similar al objetivo del problema de los tres detectores (Newell, 1993), pero el procedimiento de resolución es diferente. De hecho, conocer el diagrama fundamental no es necesario en nuestro caso. Una vez que estas curvas han sido construidas, información relevante puede ser obtenida en el caso en que exista congestión entre los dos puntos, como la demora total experimentada por los vehículos, el número total de vehículos afectados y el flujo total. Es decir, se intenta construir el

diagrama de entradas y salidas basado en información incompleta. Un problema similar es presentado en Daganzo (1997), pero los supuestos realizados con respecto a los datos disponibles son diferentes.

## 2.1 Datos de tiempo de viaje

La metodología asume conocido el tiempo de viaje entre los puntos  $A$  y  $D$  en el instante  $t_i$ , lo que denotaremos por  $\tau_i^{AD}$ . Estos datos son conocidos para diferentes instantes  $t_i$ , donde  $t_i$  es el tiempo en el punto  $D$ . Es decir, los vehículos cruzan el punto  $A$  en el instante  $(t_i - \tau_i^{AD})$ .

Estos datos pueden ser fácilmente recolectados con dispositivos GPS, tecnología *bluetooth* o reidentificación de patentes, entre otros. De hecho, en el mercado existen aplicaciones a las que se le puede solicitar estos datos (Waze, Google Maps). La misma fuente de datos puede ser usada para obtener el tiempo de viaje a flujo libre entre  $A$  y  $D$ , al que denotaremos  $\tau_{ff}^{AD}$ . Por lo anterior, la demora entre  $A$  y  $D$  denotada como  $d_i^{AD}$ , puede ser expresada como sigue:

$$d_i^{AD} = \tau_i^{AD} - \tau_{ff}^{AD}$$

## 2.2 Construcción de la curva $D(t)$

Idealmente, si existen sensores como espiras detectoras en el punto  $D$ , la curva  $D(t)$  es fácilmente obtenible. Sin embargo, si no es ese el caso, un procedimiento análogo al presentado en Daganzo (1997) puede ser utilizado. Para este propósito, el punto  $D$  estará situado en una singularidad de la vía donde es probable que se originen colas. Es decir, en un lugar en donde es probable que un cuello de botella se active, y su capacidad pueda ser estimada. Por ejemplo, una plaza de peaje, una reducción del número de pistas, el comienzo de un túnel o un puente son candidatos para este lugar. Sin pérdida de generalidad, se asumirá que este lugar presenta la capacidad mínima en el tramo entre  $A$  y  $D$ . Por lo tanto, si se genera congestión entre  $A$  y  $D$  (i.e.  $d_i^{AD} > 0$ ), esta tendrá su origen en  $D$ . Durante una situación de congestión, la curva  $D(t)$  es lineal y su pendiente corresponde a la capacidad  $\mu$  del cuello de botella (i.e.  $\dot{D}(t) = \mu$ ).

Si  $d_i^{AD} = 0$ , condiciones de flujo libre prevalecen entre  $A$  y  $D$ , y  $D(t)$  no puede asumirse conocida como antes. Este caso es posible pero menos interesante, ya que no hay demora entre  $A$  y  $D$ . El punto  $D$  atiende a los vehículos a una tasa desconocida menor a  $\mu$ .

## 2.3 Construcción de la curva $A(t)$

Asumiendo conservación de vehículos entre  $A$  y  $D$ , la curva  $A(t)$  es construida desplazando la curva  $D(t)$  hacia la izquierda. Para cada instante  $t_i$ , la magnitud del desplazamiento corresponde al tiempo de viaje  $\tau_i^{AD}$ . Es decir,  $A(t_i - \tau_i^{AD}) = D(t_i)$ .

Si solamente interesa conocer la demora incurrida en el viaje desde  $A$  hasta  $D$ , se debe construir la curva virtual  $V(t)$ . La curva virtual indica el número de vehículos que habrían sido vistos en  $D$  en el tiempo  $t$  si no se hubiese experimentado demora (Daganzo, 1997). Por lo tanto,  $V(t)$  es lo mismo que  $A(t)$  pero desplazada a la derecha en el tiempo de viaje a flujo libre entre  $A$  y  $D$ .

Tal como  $A(t)$ , la curva  $V(t)$  es construida desplazando  $D(t)$  hacia la izquierda. Sin embargo, la magnitud del desplazamiento es ahora la demora  $d_i^{AD}$  experimentada por los vehículos que cruzan el punto  $D$  en el instante de tiempo  $t_i$ . Es decir,  $V(t_i - d_i^{AD}) = D(t_i)$ . La demora  $d_i^{AD}$  es sólo conocida para algunos específicos instantes de tiempo  $t_i$ . Por esta razón, los puntos  $(t_i - d_i^{AD})$  están conectados por una línea recta para construir  $V(t)$ , como se muestra en la Figura 1. Una vez que la curva  $V(t)$  es conocida, se puede realizar un análisis cuantitativo y cualitativo.

#### 2.4 Análisis del diagrama de entradas y salidas

Al conocer las curvas  $V(t)$  y  $D(t)$  se puede estimar la demora total experimentada por todos los vehículos y el número de vehículos afectados por esta demora. La demora total corresponde al área entre ambas curvas, y puede ser aproximada por triángulos y trapezoides como se ve en la Figura 1. La demora total, denotada por  $D_T^{AD}$ , puede ser obtenida a partir de la siguiente expresión:

$$D_T^{AD} = \frac{d_1^{AD} \cdot n_1}{2} + \sum_{i=2}^{J-1} \frac{(d_{i-1}^{AD} + d_i^{AD}) \cdot n_i}{2} + \frac{d_{J-1}^{AD} \cdot n_J}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{J-1} d_i^{AD} \cdot (n_i + n_{i+1})$$

La expresión anterior asume que  $d_i^{AD} > 0$ , para  $i = 1, \dots, J-1$ , y  $d_i^{AD} = 0$  en otro caso. Es decir, se obtuvieron  $J-1$  datos de tiempo de viaje en congestión. Considerando la última observación antes de  $d_1^{AD}$  (en  $t_0$ ) y la primera observación después de  $d_{J-1}^{AD}$  (en  $t_{J+1}$ ), se tienen  $J$  intervalos entre las observaciones.  $n_i$  denota el número de vehículos que cruzan el punto  $D$  durante el intervalo  $i$  (ver Figura 1). Dado que la capacidad en  $D$  es conocida,  $n_i$  puede ser expresado como sigue:

$$n_{i+1} = \dot{D}(t) \cdot (t_{i+1} - t_i) \quad ; \quad i = 1, \dots, J-1$$

Si los datos de tiempo de viaje son observados a intervalos regulares (i.e.  $t_{i+1} - t_i = \Delta t$ ), el cálculo de la demora total se puede reducir a la siguiente forma:

$$D_T^{AD} = \dot{D}(t) \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{J-1} d_i^{AD}$$

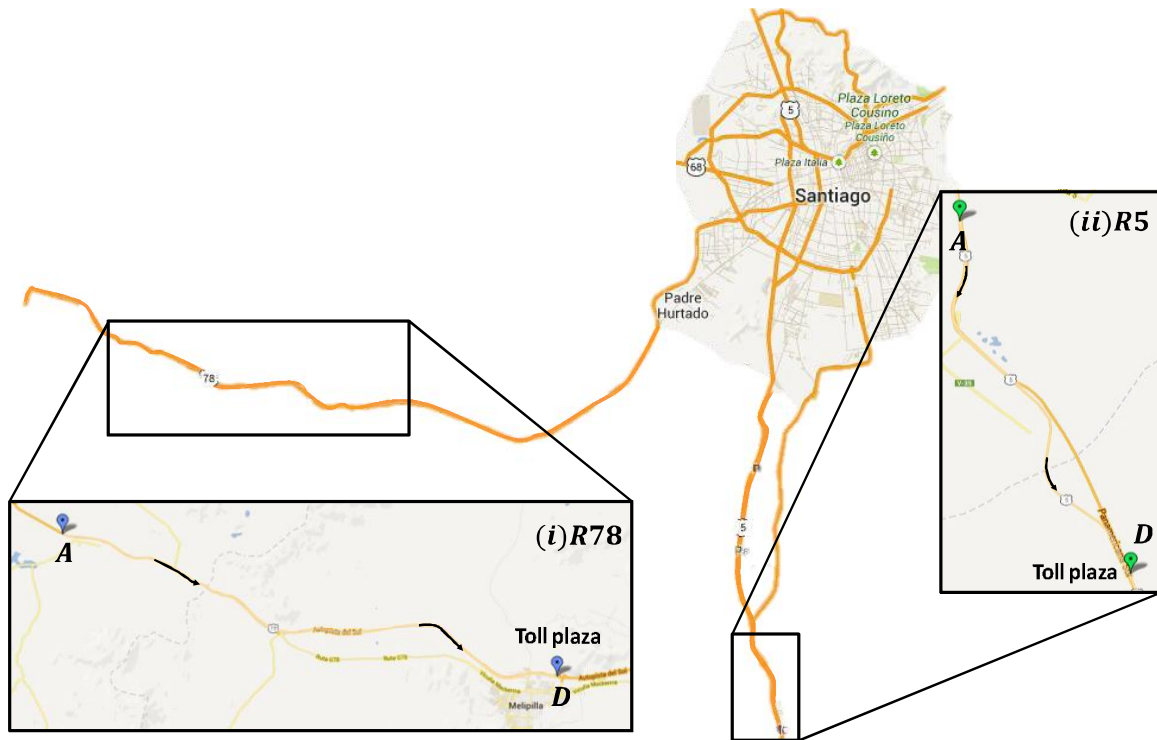
La suma de todos los  $n_i$  corresponde al número total de vehículos afectados,  $N_T$ . Es decir:

$$N_T = \sum_{i=1}^J n_i = \dot{D}(t) \cdot (t_{J+1} - t_0)$$



El segundo lugar de estudio que se evaluará es un tramo de la autopista interurbana de la Ruta 5 – Panamericana Sur, la cual conecta Santiago de Chile y el sur del país. El tramo de vía en estudio cuenta con dos pistas en cada dirección y tiene un largo de 4.8 km. La Figura 2 muestra los puntos *A* y *D* en un mapa. Al igual que antes, *D* corresponde a una plaza de peaje y la conservación de vehículos puede ser asumida entre *A* y *D*. A diferencia del caso anterior, la capacidad de atención en el punto *D* no se mantuvo constante durante el periodo de análisis. Durante una hora del periodo, todas las pistas del tramo fueron usadas en dirección hacia el sur, y el número disponible de casetas de peaje en el punto *D* fue casi el doble. Por esta razón, la capacidad cambió una vez durante el análisis. Como veremos más adelante, la metodología aún funciona en este caso.

Figura 2: Puntos *A* y *D* en ambos tramos de vía: (i) Ruta 78, y (ii) Ruta 5.



Fuente: Elaboración propia en base a Google Maps

### 3.2 Recolección de datos de tiempo de viaje

La recolección de datos se llevó a cabo a través de la aplicación web Waze, pública y de fácil acceso<sup>1</sup>. Al ingresar las coordenadas de latitud y longitud de los puntos *A* y *D*, la aplicación entrega el tiempo de viaje actual entre ellos. Se debe tener en cuenta que los tiempos de viaje que Waze reporta son un cálculo a partir de la distancia entre los puntos de medición y la velocidad en ese tramo, de la cual no existe claridad en su metodología de obtención ni tampoco de la cantidad de usuarios que reportan datos para ese cálculo. Además, el reporte se realiza en minutos, lo que induce ciertas distorsiones en distancias cortas, en donde la diferencia de segundos es relevante en términos de la velocidad.

<sup>1</sup> [www.waze.com](http://www.waze.com)

Para el tramo de vía de la Ruta 78, los datos fueron recolectados el día 31 de marzo de 2013, entre las 12:30pm y la 1am del día siguiente. Para el tramo de vía de la Ruta 5, los datos fueron recolectados el día 28 de marzo de 2013, entre las 3:30pm y las 3am del día siguiente. En ambos casos, el tiempo de viaje fue obtenido cada 15 minutos. Es importante notar que esos dos días corresponden al inicio y término de un fin de semana largo, en el cual muchos vehículos dejaron (y luego retornaron a) Santiago. La alta demanda experimentada durante estos días generalmente genera largas colas en las plazas de peaje.

Los tiempos de viaje recolectados en condiciones de flujo libre (por ejemplo, a las 3am en un día de semana) son considerados como el tiempo a flujo libre  $\tau_{ff}^{AD}$ . Para los tramos de vía de la Ruta 78 y la Ruta 5 los tiempos de viaje a flujo libre reportados fueron de 15 y 3 minutos, respectivamente.

### 3.3 Estimación de $D(t)$

No se cuenta con información de sensores fijos para construir la curva  $D(t)$ . Por esta razón, el procedimiento descrito en la sección 2.2 fue utilizado.

Para esto, es necesario estimar la capacidad en el punto  $D$ . Como este punto corresponde a una plaza de peaje en ambos lugares de estudio, su capacidad  $\mu$  depende de dos características: el número de casetas de peaje operando ( $B$ ) y la tasa de servicio de cada caseta de peaje ( $s_B$ ). Es decir:

$$\mu = B \cdot s_B$$

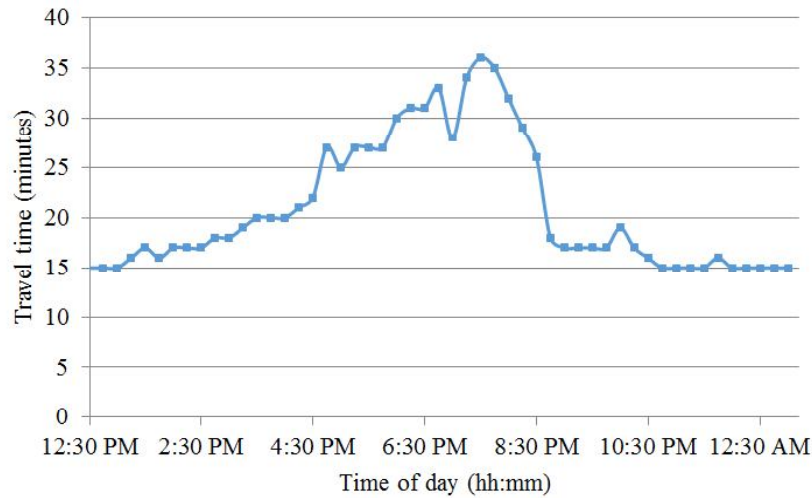
Todas las casetas tienen una barrera y son operadas por personas. Una vez que el vehículo llega a la caseta de peaje, el conductor paga, el operador levanta la barrera, el conductor espera por su vuelto y boleta, y luego sigue adelante. El máximo valor de  $s_B$  (i.e. cuando se está operando a capacidad) fue asumido en 250 veh/hr. Este valor es razonable y consistente con las observaciones realizadas en plazas de peaje similares. Para el tramo de vía de la Ruta 78, el número de casetas de peaje operando fue estimado en base al número total de casetas de la plaza de peaje. La operación de la plaza de peaje de la Ruta 5 fue observada en terreno en parte del periodo de análisis. Por esta razón, el valor de  $B$  es más cercano a la realidad (aunque no exacto).

### 3.4 Resultados

#### *Caso I: Tasa de servicio única en $D$ (Ruta 78)*

Los 50 datos de tiempo de viaje recolectados son mostrados en la Figura 3. Basado en esta figura, la congestión comenzó a la 1pm y terminó a las 10:45pm. Durante ese periodo de tiempo, la plaza de peaje en  $D$  se asume que descarga a capacidad. Como el número de casetas de peaje operando se desconoce, diferentes escenarios con 7, 8, 9 y 10 casetas disponibles son evaluados.

Figura 3: Datos de tiempo de viaje recolectados en la Ruta 78



Fuente: Elaboración propia

Para cada escenario, la demora total y el número de vehículos afectados fueron calculados (ver Tabla 1). Notar que, en este caso, la demora promedio es la misma para los cuatro escenarios, ya que tanto la demora total como el número de vehículos afectados varía en la misma proporción. La demora promedio es de 7.8 minutos, 52% más que el tiempo de viaje a flujo libre.

Tabla 1: Resultados para Escenarios en Ruta 78

Operación regular	Número de casetas de peaje operando			
	7	8	9	10
Demora total [veh-h]	2216,7	2533,3	2850	3166,7
Número de vehículos afectados	17062	19500	21937	24375

Fuente: Elaboración propia

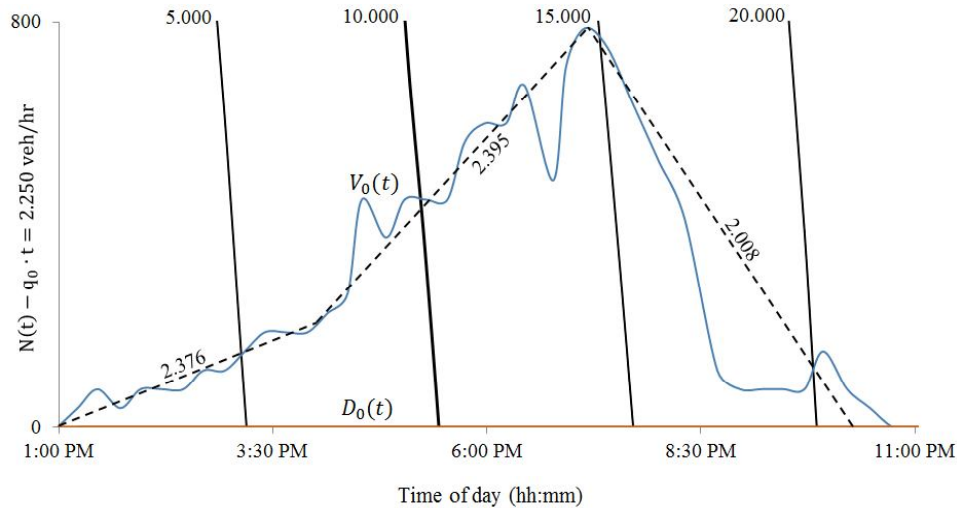
Ahora es necesario decidir cuál escenario es el más cercano a la realidad. Basados en la información de conteos en la plaza de peaje, 21743 vehículos pasaron entre la 1pm y las 10:45pm. Comparando este valor con el correspondiente valor en la Tabla 1, el escenario con 9 casetas de peaje operando sería el más cercano a la operación real. Este escenario asume que la capacidad promedio de la plaza de peaje durante el periodo de congestión fue de 2250 veh/h.

Para el escenario con 9 casetas de peaje operando, la Figura 4 presenta las curvas  $V(t)$  y  $D(t)$  en coordenadas oblicuas, las cuales se denotan por  $V_o(t)$  y  $D_o(t)$ , respectivamente. En este gráfico,  $D_o(t)$  corresponde a la línea que se mantiene constante e igual a cero en el eje horizontal. La curva  $V_o(t)$  provee importante información con respecto al proceso de llegadas.

Entre la 1pm y las 7pm los vehículos estuvieron llegando a una tasa cercana a 2385 veh/h. Después de esto, la tasa de llegada se reduce a 2000 veh/h. A las 10:45pm, la congestión se disipa.



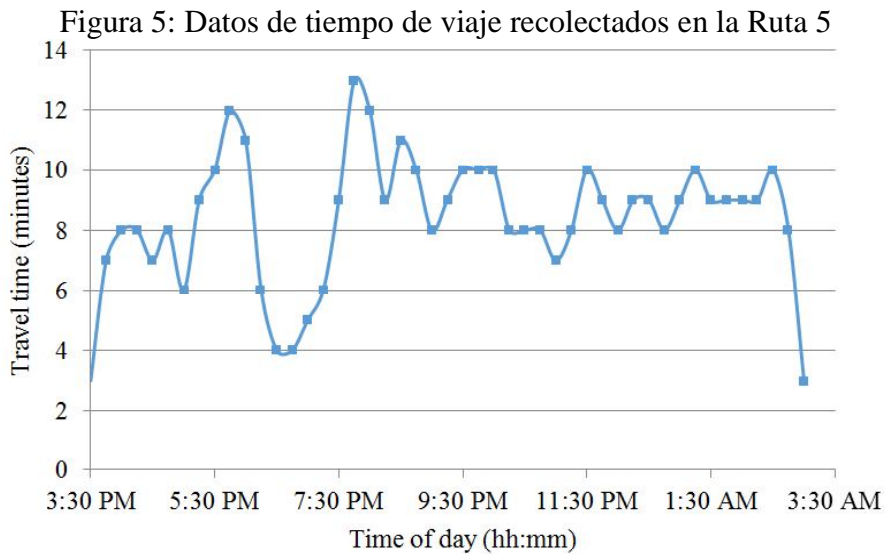
Figura 4: Curvas acumuladas en coordenadas oblicuas de Ruta 78



Fuente: Elaboración propia

**Caso II: Tasa de servicio variable en D (Ruta 5)**

Los 46 datos de tiempo de viaje son presentados en la Figura 5. Basado en esta figura, la congestión comenzó a las 3:30pm y terminó a las 3am del día siguiente. Durante ese periodo de tiempo, la plaza de peaje en D se asume que descarga a capacidad. Como fue mencionado antes, la capacidad en la plaza de peaje cambia durante el periodo de análisis. Entre 5:45pm y 6:45pm, las cuatro pistas de este tramo de vía (considerando ambas direcciones) fueron usadas hacia el sur. Este esquema es conocido como “4x0” (ya que las cuatro pistas se utilizan en una dirección). Durante esta hora, todas las casetas de peaje estuvieron operativas. El número de casetas de peaje operando durante el resto del tiempo no es un dato conocido.



Fuente: Elaboración propia

Como se realizó en el caso anterior, se consideraron diferentes escenarios en términos de las casetas de peaje operando durante la operación regular. La Tabla 2 muestra la demora total, el número de vehículos afectados y la demora promedio para cada escenario probado. Como la capacidad se asume conocida durante una hora, la demora total y el número de vehículos afectados no varían proporcionalmente como en la Ruta 78. Por lo tanto, la demora promedio es ligeramente diferente para cada escenario.

Tabla 2: Resultados para Escenarios en Ruta 5

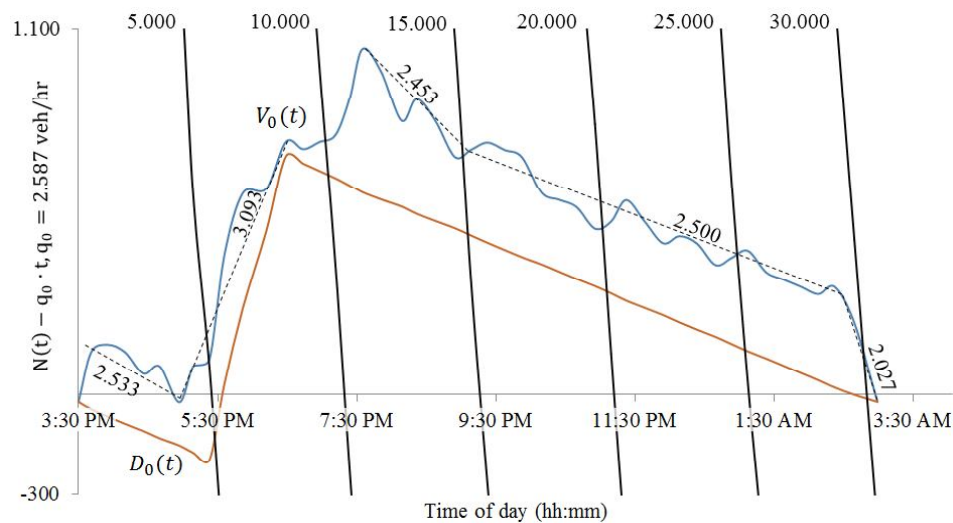
Operación regular 4x0	Número de casetas de peaje operando			
	8	9	10	11
Demora total [veh-h]	2206,3	2451,1	2695,8	2940,6
Número de vehículos afectados	24500	27125	29750	32375
Demora promedio [min]	5,40	5,42	5,44	5,45

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la información de conteos de la plaza de peaje, 29784 vehículos pasaron por el punto *D* entre las 3:30pm y las 3am. Comparando este valor con el correspondiente valor en la Tabla 2, el escenario con 10 casetas de peaje operando sería el más cercano a la operación real. Este escenario asume que la capacidad de la plaza de peaje fue de 2500 veh/h durante la operación regular y de 3500 veh/h durante el 4x0, produciendo aproximadamente una capacidad promedio de 2585 veh/h durante el periodo de congestión.

Para el escenario anterior, la Figura 6 muestra las curvas  $V_o(t)$  y  $D_o(t)$ . Durante la operación regular, el flujo de llegada es cercano a 2490 veh/h, el cual crece a 3100 veh/h durante la operación 4x0. Lo anterior es debido a la influencia del incremento en el número de pistas disponibles conectando los puntos *A* y *D*. El flujo de llegada durante los últimos 30 minutos analizados es de 2000 veh/h.

Figura 5: Curvas acumuladas en coordenadas oblicuas de Ruta 5 sur



Fuente: Elaboración propia

## 4 CONCLUSIONES

Los datos de tiempo de viaje son principalmente utilizados por los conductores para planificar sus viajes, y por los operadores para monitorear el tráfico. En este artículo se desarrolló una metodología simple y efectiva capaz de extraer más información desde los mismos datos. Al hacer esto se le agrega valor a este tipo de datos.

La metodología permite la construcción de las curvas acumuladas al principio y al final del tramo de la vía de interés (i.e. el diagrama de entradas y salidas). Con esta información es posible estimar la demora total y el número de vehículos afectados en presencia de congestión. Por otra parte, información relacionada al patrón de llegadas, generalmente observable sólo con otros sensores como espiras detectoras, puede ser inferida también desde estos datos.

La metodología propuesta puede ser usada para estimar fácilmente (de manera *offline*) el costo social de la congestión generada en diferentes cuellos de botella. Para esto, sólo se requieren los tiempos de viaje y un supuesto razonable con respecto a la capacidad de descarga del cuello de botella.

El largo físico de la cola es un indicador importante de congestión, ya que provee información con respecto a cuán lejos se propaga la congestión. El diagrama de entradas y salidas asume una cola puntual (i.e. una cola que no usa espacio). Información con respecto a la velocidad en la cola es necesaria para obtener el largo de las colas, como lo propone Lawson et al (1997). Actualmente estamos investigando cómo esta información puede ser obtenida a partir de los datos de tiempo de viaje.

El método asume la conservación de vehículos entre los dos puntos de interés. Por consiguiente, este es más apropiado para autopistas interurbanas o para tramos cortos de vía. Próximas investigaciones intentarán incluir la posibilidad de vías que convergen y divergen en la metodología, para hacerla más aplicable en contextos urbanos.

### Agradecimientos

A Mario Cuevas, Jefe División de Explotación de la Coordinación de Concesiones del Ministerio de Obras Públicas, por facilitar nuestra presencia en la operación de la plaza de peaje Angostura. A la concesionaria Ruta del Maipo y Abertis, por la entrega de datos de las plazas de peaje Angostura y Melipilla que permitieron la validación. Y finalmente, a todos los alumnos que participaron en la recolección de los datos desde la aplicación web Waze.

### Referencias

Bar-Gera, H. (2007). Evaluation of a cellular phone-based system for measurements of traffic speeds and travel times: A case study from Israel. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 15(6), 380–391.

- Choe, T., Skabardonis, A., & Varaiya, P. (2002). Freeway performance measurement system: operational analysis tool. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 1811, 67–75.
- Coifman, B. (1999). **Vehicle Reidentification and Travel Time Vehicle Reidentification and Travel Time Measurement Using Loop Detector Speed Traps**. PhD Thesis, University of California, Berkeley.
- Coifman, B. (2002). Estimating travel times and vehicle trajectories on freeways using dual loop detectors. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, 36(4), 351–364.
- Coifman, B., & Cassidy, M. (2002). Vehicle reidentification and travel time measurement on congested freeways. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, 36(10), 899–917.
- Coifman, B., & Krishnamurthy, S. (2007). Vehicle reidentification and travel time measurement across freeway junctions using the existing detector infrastructure. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 15(3), 135–153.
- Cui, Y., & Huang, Q. (1997). Character extraction of license plates from video. **Proc. 1997 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition** pp. 502–507.
- Daganzo, C. (1997). **Fundamentals of transportation and traffic operations** 1st Ed., pp. 25–45. Berkeley: Pergamon Press.
- Haseman, R. J., Wasson, J. S., & Bullock, D. M. (2010). Real-Time Measurement of Travel Time Delay in Work Zones and Evaluation Metrics Using Bluetooth Probe Tracking. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 2169(1), 40–53.
- Herrera, J. C., Work, D. B., Herring, R., Ban, X. (Jeff), Jacobson, Q., & Bayen, A. M. (2010). Evaluation of traffic data obtained via GPS-enabled mobile phones: The Mobile Century field experiment. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 18(4), 568–583.
- Lawson, T., Lovell, D., & Daganzo, C. (1997). Using Input-Output Diagram To Determine Spatial and Temporal Extents of a Queue Upstream of a Bottleneck. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, 1572(1), 140–147.
- Muñoz, J., & Daganzo, C. F. (2002). Fingerprinting Traffic from Static Freeway Sensors. **Cooperative Transportation Dynamics**, 11, 1–11.
- Newell, G. F. (1993). A simplified theory of kinematic waves in highway traffic, part II: Queueing at freeway bottlenecks. **Transportation Research Part B: Methodological**, 27(4), 289–303.