

## INFLUENCIA DEL AMORTIGUAMIENTO SOBRE LA RESPUESTA DE ESTRUCTURAS SOMETIDAS A TEMBLOR

Arturo ARIAS (\*)  
Raúl HUSID (\*)

### RESUMEN

*Se analiza la influencia del amortiguamiento viscoso, expresado como fracción del amortiguamiento crítico, sobre el espectro de respuesta de estructuras lineales de un grado de libertad. Se han tomado como base del análisis los espectros obtenidos por Alford, Housner y Martel, y se ha confirmado el resultado obtenido con los espectros medios propuestos por Housner y con espectros medios obtenidos por Bycroft para osciladores lineales sometidos a pulsos de aceleración distribuidos al azar.*

*Se concluye que existe una dependencia muy clara entre la magnitud de la respuesta y el grado de amortiguamiento: para una estructura de período dado, la amplitud de la respuesta es proporcional a la potencia de exponente  $-0,4$  del grado de amortiguamiento  $n$ , siempre que sea  $n > 0,02$ .*

*Un análisis teórico debido a Hudson conduce a que la amplitud de la respuesta para una estructura de período dado, es proporcional a  $n^{-0,5}$ .*

*Este resultado puede extenderse a estructuras de varios grados de libertad bajo las hipótesis siguientes: el temblor puede representarse como un proceso aleatorio estacionario, conocido bajo el nombre de ruido blanco, y existen modos normales ortogonales con frecuencias todas distintas entre sí.*

---

(\*) Del Grupo de Ingeniería Antisísmica del IDIEM.

*Se explica la discrepancia entre el resultado teórico y el experimental por la duración finita de los temblores reales.*

Alford, Housner y Martel<sup>1</sup> han encontrado que el grado de amortiguamiento tiene una influencia notable sobre la respuesta máxima de un oscilador lineal simple sometido a temblor. En la Fig. 1 se reproduce uno de los espectros de la publicación citada, en que puede apreciarse dicha influencia.

Hemos analizado todos los espectros de dicha publicación dividiendo, para cada uno de ellos y para un período propio dado, la ordenada del espectro correspondiente a un grado de amortiguamiento dado, por la ordenada del espectro para un grado de amortiguamiento igual a 0,2.

Se eligió 0,2 como grado de amortiguamiento de comparación porque para dicho valor el espectro ha sido obtenido para 26 de los 28 espectros que aparecen en la publicación, en cambio para otros grados de amortiguamiento el número de espectros obtenidos es menor.

Los resultados aparecen en la Fig. 2. Se ve que, salvo para el amortiguamiento más pequeño de los analizados ( $n=0,02$ ), la razón calculada es prác-

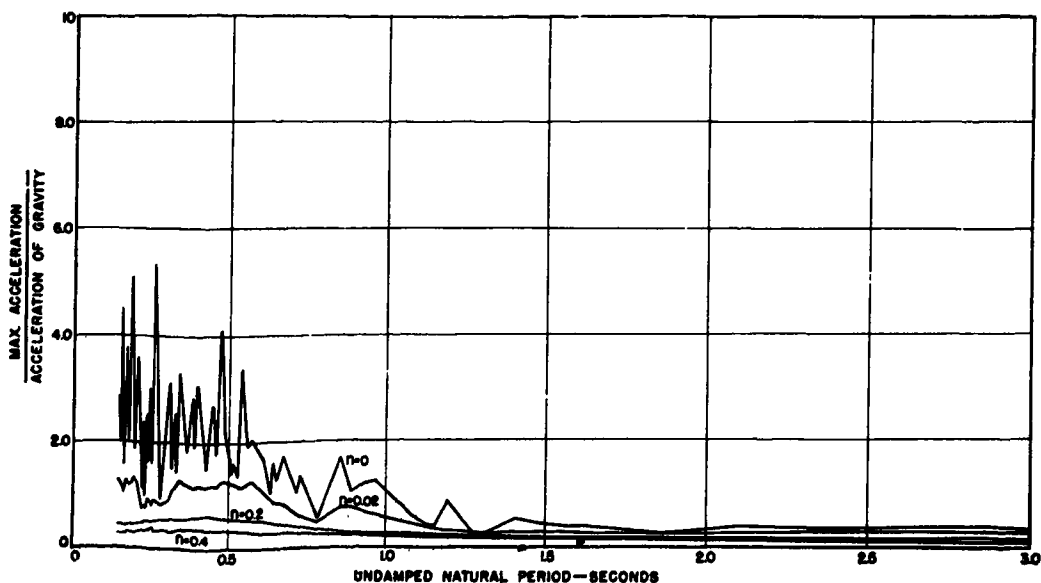


Fig. 1. Espectro de aceleraciones para el terremoto de El Centro, California del 18 de Mayo de 1940. Componente N-S. En abscisas aparece el período propio, y en ordenadas la aceleración máxima del oscilador debida al temblor analizado (espectro de respuesta de aceleración máxima).

ticamente independiente del período.

Housner<sup>2</sup> ha desarrollado espectros medios de máxima aceleración Fig. 3, promediando las respuestas correspondientes a algunos de los temblores que aparecen en la publicación ya citada más arriba. Repitiendo el cálculo con estos espectros medios se obtienen los resultados representados en Fig. 4. Aquí resulta más clara todavía la independencia de la razón  $A_n: A_{0,2}$  respecto del período T.

Las ordenadas de las rectas horizontales dibujadas en las Figs. 2 y 4 se han representado en Fig. 5 como función de n, en un diagrama logarítmico. Los puntos correspondientes quedan sobre una recta de ecuación.

$$\frac{A_n}{A_{0,2}} = \left( \frac{0,2}{n} \right)^{0,4} \quad (1)$$

La relación<sup>1</sup> se puede generalizar en la siguiente forma:

$$\frac{A_n}{A_{n'}} = \left( \frac{n'}{n} \right)^{0,4} \quad (2)$$

en que n y n' son dos grados de amortiguamiento no inferiores a 0,02.

Este resultado no es nuevo; ya había sido mencionado, sin justificación detallada, por KAWASUMI y KANAI.<sup>3</sup>

BYCROFT<sup>4</sup> ha estudiado la respuesta de un oscilador lineal simple sometido a trenes de pulsos de aceleración de 25 segundos de duración y de una densidad espectral de energía constante e igual, para todos los trenes de pulsos, a la que corresponde a uno de los terremotos de El Centro, California (1940). Ha calculado los espectros medios de respuesta de máxima velocidad para amortiguamientos del oscilador iguales a 5, 10 y 20% del amortiguamiento crítico.

Si se calculan las razones entre las ordenadas correspondientes a un mismo período, para períodos comprendidos entre 0,2 y 2,4 segundos inclusive, entre los espectros de Bycroft correspondientes a  $n = 0,05$  y  $n = 0,10$ , y se repite el cálculo para el par de espectros con  $n = 0,10$  y  $n = 0,20$ , se encuentran valores que oscilan entre 1,25 y 1,46, con un promedio de 1,315 y una desviación típica de 0,050 (Tabla I). Si se acepta la ley expresada en la fórmula<sup>2</sup>, el valor de la razón calculado a partir de ella es  $2^{0,4} = 1,320$ .

Los resultados obtenidos por BYCROFT<sup>4</sup> en el análisis de una estructura de cinco grados de libertad sometida a los pulsos de aceleración ya descritos, permiten esperar que la ecuación<sup>2</sup> sea también aplicable sin grave error a estructuras de varios grados de libertad. Esta afirmación debe tomarse con algunas reservas, por cuanto Bycroft ha trabajado en este caso sólo con dos

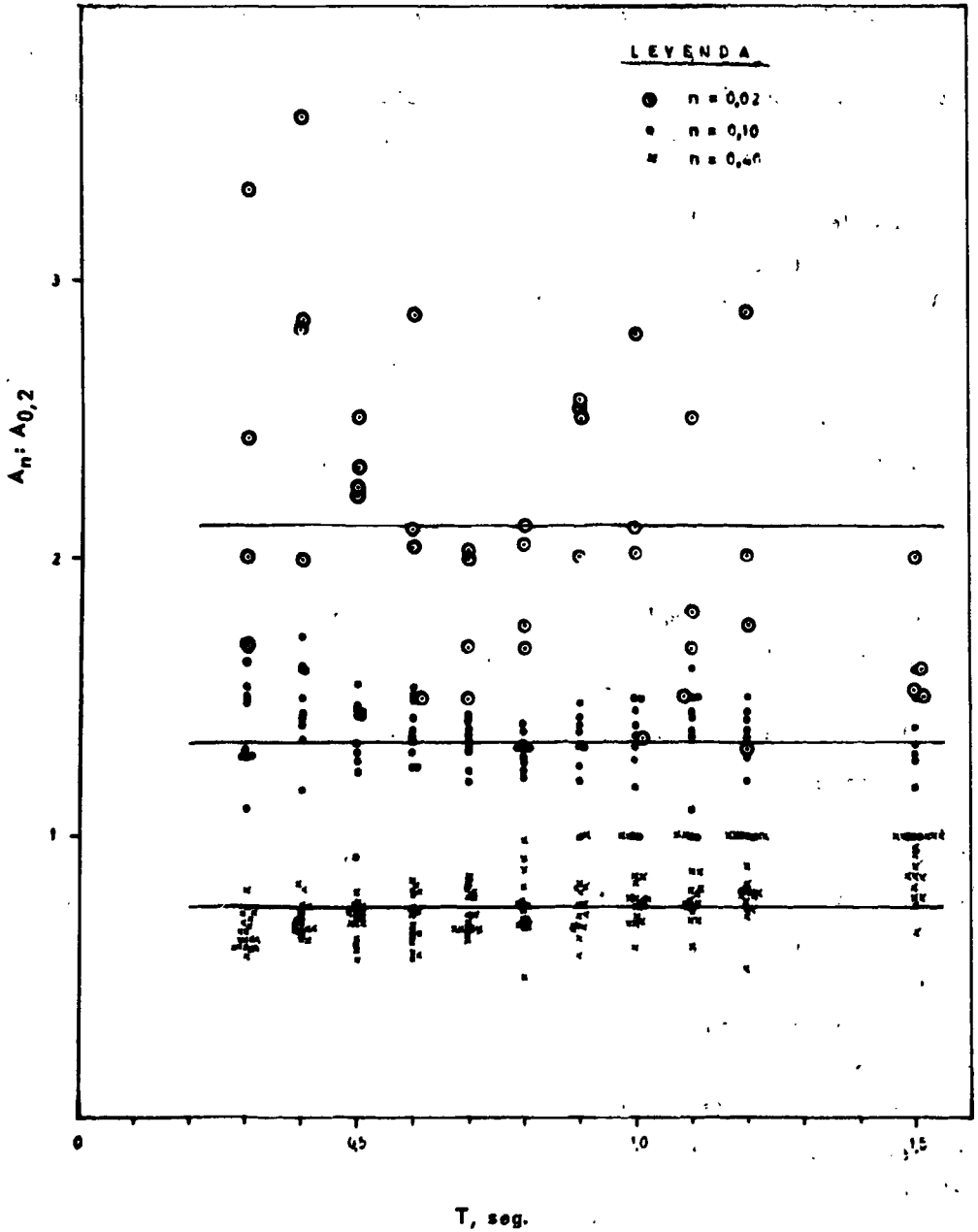


Fig. 2. Razón  $A_n: A_{0,2}$  entre la máxima aceleración de respuesta de un oscilador con grado de amortiguamiento  $n$ , y la de un oscilador con grado de amortiguamiento 0,2, en función del período propio  $T$ .

grados de amortiguamiento (0,10 y 0,20) y ha supuesto los amortiguamientos iguales para todos los modos.

Por consideraciones teóricas, que consisten en suponer que el temblor está formado por un gran número de pulsos de aceleración distribuidos al azar en el tiempo y también en cuanto a signo y magnitud, HUDSON<sup>3</sup> ha obtenido la expresión siguiente:

$$\left(\overline{S_v}\right)_n = \sqrt{\frac{PT}{2m\pi n} \left( 1 - e^{-\frac{4\pi n}{T} t_0} \right)} \tag{3}$$

en que

$\left(\overline{S_v}\right)_n$  es el espectro medio de respuesta de máxima velocidad para un grado de amortiguamiento igual a  $n$ ;  $P$  es la densidad espectral de energía del tren de pulsos por unidad de tiempo, que se supone constante;  $T$  y  $m$ , el período y la masa del oscilador, y  $t_0$ , la duración del tren de pulsos.

Si se supone que  $t_0$  es grande frente a  $T$ , la exponencial que figura bajo la raíz se puede despreciar y se obtiene simplemente,

$$\left(\overline{S_v}\right)_n = \sqrt{\frac{PT}{2m\pi n}} \tag{4}$$

De aquí resulta

$$\frac{\left(\overline{S_v}\right)_n}{\left(\overline{S_v}\right)_{n'}} = \sqrt{\frac{n'}{n}} \tag{5}$$

Este último resultado se puede extender a estructuras de varios grados de libertad cuyos modos de vibrar sean ortogonales. BYCROFT<sup>4</sup> ha hecho la extensión para el caso de una viga empotrada en un extremo y libre en el otro que se deforma por corte, cuya masa está distribuida uniformemente y cuya rigidez varía linealmente con la distancia al extremo. Pero esta generalización depende solamente de la existencia de modos de vibrar ortogonales de frecuencias todas distintas entre sí y de que el temblor sea representable por un tren de pulsos de aceleración que constituyan un proceso aleatorio estacionario conocido con el nombre de "ruido blanco". Con estas hipótesis, la conclusión se puede extender inmediatamente a estructuras lineales de un número cualquiera de grados de libertad con características de rigidez y distribución de masas arbitrarias. El amortiguamiento viscoso debe ser de un tipo especial para que la vibración sea analizable en modos que sean ortogonales. En todo caso, la conclusión resulta aplicable sin grave error para grados de amortiguamiento relativamente pequeños, siempre que las frecuencias de los modos sean distintas y valgan las hipótesis hechas respecto de la naturaleza del temblor.

En la tabla 1 puede observarse que la razón entre las ordenadas de los

TABLA I

RAZON ENTRE LAS ORDENADAS DE LOS ESPECTROS  
DE RESPUESTA DE MAXIMA VELOCIDAD

Espectros obtenidos por Bycroft para diferentes grados de amortiguamiento.

T, seg	$(\bar{S}_v)_{0,05} : (\bar{S}_v)_{0,10}$	$(\bar{S}_v)_{0,10} : (\bar{S}_v)_{0,20}$
0,2	1,36	1,46
0,4	1,34	1,39
0,6	1,32	1,36
0,8	1,31	1,35
1,0	1,31	1,34
1,2	1,29	1,34
1,4	1,28	1,33
1,6	1,26	1,31
1,8	1,25	1,31
2,0	1,25	1,30
2,2	1,25	1,30
2,4	1,25	1,30

espectros obtenidos por Bycroft es mayor para los períodos cortos que para los períodos largos, y que para los períodos cortos se acerca al valor teórico, que es  $\sqrt{2}$ . La explicación puede residir en que, para períodos cortos, la duración del tren de pulsos es del orden de 100 veces el período propio del oscilador, y por ello la hipótesis de que el tren de pulsos puede considerarse como un proceso estacionario resulta aceptable; en cambio, para períodos largos, la duración del tren de pulsos es del orden de 10 veces el período propio del oscilador; con lo cual la hipótesis de proceso estacionario no resulta apropiada.

De la ecuación<sup>3</sup> se deduce que para un mismo temblor la relación entre los espectros de velocidad para dos grados de amortiguamiento  $n$  y  $n'$  es

$$\frac{(\bar{S}_v)_n}{(\bar{S}_v)_{n'}} = \sqrt{\frac{n'}{n}} \sqrt{\frac{1 - e^{-\frac{4\pi n}{T} t_0}}{1 - e^{-\frac{4\pi n'}{T} t_0}}} \quad (6)$$

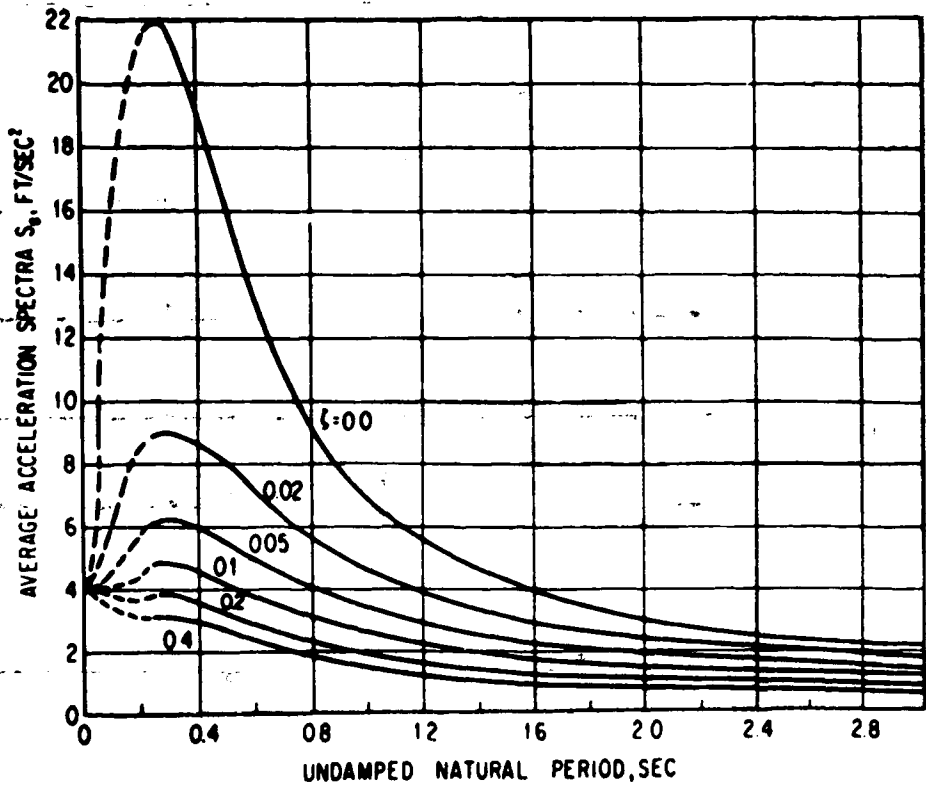


Fig. 3. Espectros medios de máxima aceleración.

Si  $n' > n$ , la segunda raíz cuadrada es menor que la unidad y por lo tanto la razón  $(\bar{S}_v)_n : (\bar{S}_v)_{n'}$  es aproximadamente proporcional a  $\frac{n'}{n}$  elevado a un exponente menor que 0,5. Lo que reconciliaría el resultado teórico con la observación experimental.

La relación <sup>2</sup> puede ser útil en la especificación de fuerzas sísmicas para el diseño de estructuras dentro de la fase lineal.

Actualmente algunas normas especifican diferentes coeficientes sísmicos según el tipo de estructura, la calidad del suelo de fundación y el tipo de subestructura de fundación, por consideraciones en gran parte pragmáticas. En estas especificaciones va involucrado un criterio que toma en cuenta el amortiguamiento de la estructura, la dispersión de energía hacia la fundación y la energía de reserva de la estructura pasado el límite de fluencia. La relación obtenida serviría para establecer estas especificaciones sobre consideraciones teóricas y empíricas más sólidas, en lo que se refiere a la influencia del amortiguamiento y solamente dentro de la fase lineal, que con buena aproximación representa lo que ocurre antes que la estructura llegue a la fluencia.

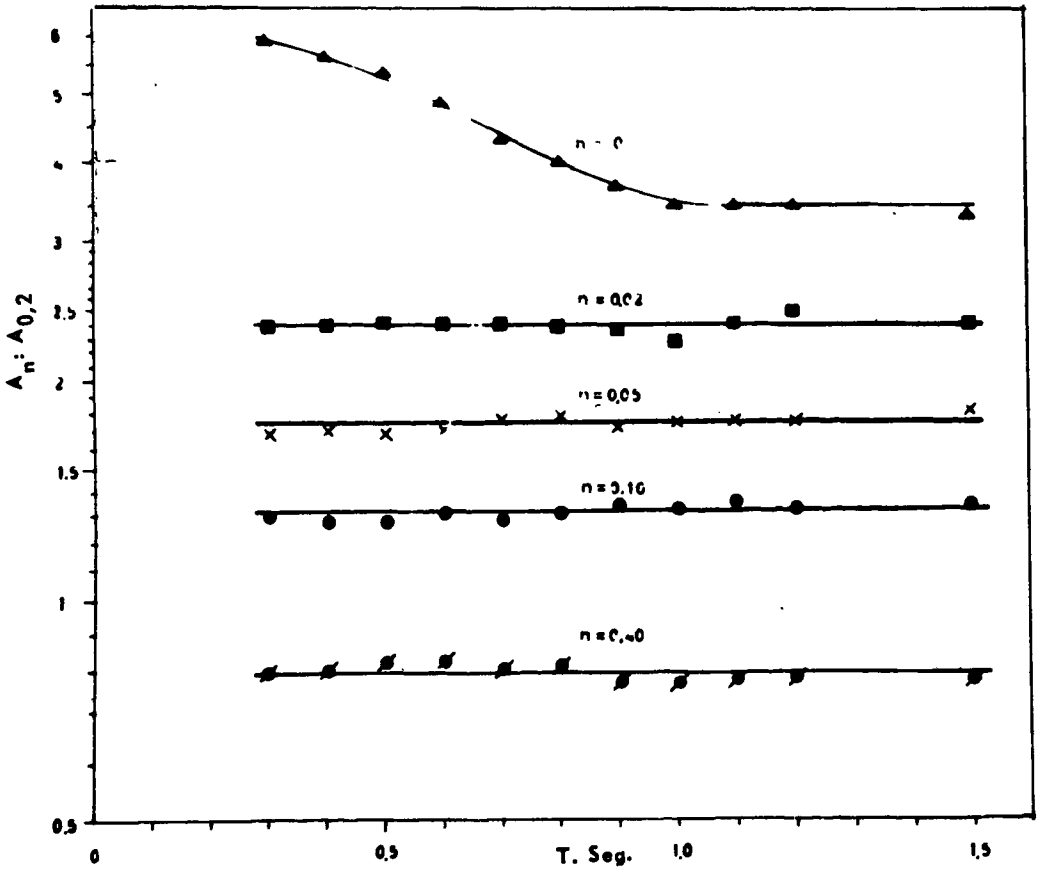


Fig. 4. Razón  $A_n: A_{0,2}$  obtenida a partir de los espectros medios de Housner en función del período T.

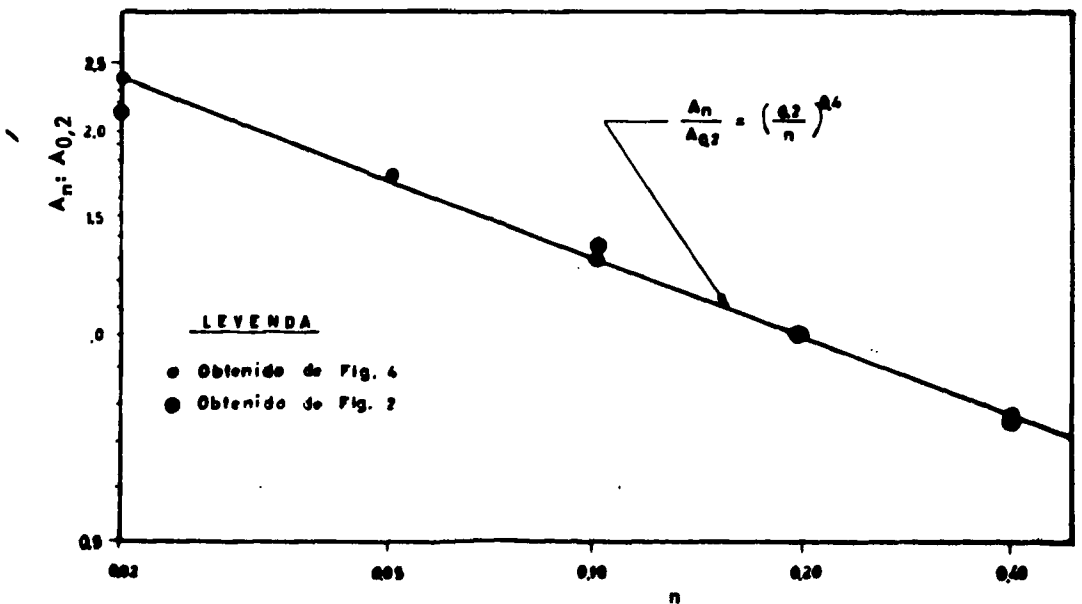


Fig. 5. Razón  $A_n: A_{0,2}$  expresada como función de n.



Por ejemplo, en una estructura de esqueleto de acero, sin muros de albañilería o de hormigón, el amortiguamiento puede ser muy bajo: del orden de 0,02 veces el amortiguamiento crítico. En cambio, en una estructura de hormigón armado, el amortiguamiento es en promedio igual a 0,08 veces el amortiguamiento crítico. Para obtener igual seguridad a la fluencia, y a igualdad de período propio, la primera estructura tendría que ser calculada para aceleraciones iguales a 1,74 veces las que se emplearían para calcular la segunda.

Este ejemplo parece contradecir las disposiciones de algunas normas. La discrepancia se explica, por cuanto las normas no sólo tienen en cuenta el comportamiento de la estructura dentro de la fase lineal, sino que consideran además la ductilidad y la energía de reserva, aunque sea de manera indirecta y con criterio pragmático. En el caso del ejemplo, esos factores influyen en forma inversa y pueden ser de importancia capital.

En conclusión, la relación<sup>2</sup> tiene valor sólo dentro de la fase lineal y puede servir para comparar el grado de seguridad a la fluencia de diversas estructuras.

## ABREVIATURAS

- $n, n'$  : grado de amortiguamiento, o sea, razón entre el coeficiente de amortiguamiento y el amortiguamiento crítico;
- $A_n$  : ordenada del espectro de máxima respuesta, para el grado de amortiguamiento  $n$ ;
- $A_{0,2}$  : ordenada del espectro de máxima respuesta, para el grado de amortiguamiento 0,2;
- $A_n : A_{0,2}$  : razón entre  $A_n$  y  $A_{0,2}$ , calculada para un mismo valor arbitrario de  $T$ ;
- $T$  : período propio del oscilador no amortiguado.
- $(\bar{S}_v)_n$  : valor medio de la ordenada del espectro de respuesta de máxima velocidad, para un valor dado de  $T$  y un grado de amortiguamiento igual a  $n$ .

## REFERENCIAS

1. ALFORD, J. L.; HOUSNER, G. W.; MARTEL, R. R. *Spectrum Analyses of Strong Motion Earthquakes*, California Institute of Technology, Earthquake Research Laboratory, 1951.
2. HOUSNER, G. W. Behaviour of Structures During Earthquakes. *Journal, Engineering Mechanics Division, ASCE*, vol. 85. nº EM 4, oct. 1959, pp. 109-129.
3. KAWASUMI, H.; KANAI, K. Small Amplitude Vibration of Actual Buildings. *Proceedings of the World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, 1956*.
4. BYCROFT, G. N. Effect of stiffness taper in aseismic design, *Bulletin Seism. Soc. Am.*, vol. 50, oct. 1960, pp. 537 - 552.
5. HUDSON, D. E. Response Spectrum Technique in Engineering Seismology. *Proceedings of the WCEE, Berkeley, 1956*.

INFLUENCE OF DAMPING ON EARTHQUAKE  
RESPONSE OF STRUCTURES

## SUMMARY:

*The influence of viscous damping, expressed in terms of critical damping, on the response spectrum of single degree of freedom linear structures is analyzed. The spectra published by ALFORD, HOUSNER and MARTEL are taken as a basis for this analysis, and the results are confirmed through the standard spectra proposed by HOUSNER and also through mean spectra obtained by BYCROFT for linear oscillators subjected to random acceleration pulses.*

*It is concluded that there is a very clear dependence between the magnitude of the response and the damping ratio: for a structure with given period, the response is proportional to  $n^{-0,4}$ , for  $n > 0,02$ .*

*A theoretical analysis due to HUDSON shows that the response, for a structure of given period, is proportional to  $n^{-0,5}$ . This result can be generalized for structures with several degrees of freedom under the following hypothesis: the earthquake may be represented as a stationary random process known as white noise; there are principal modes of vibration that are orthogonal and their frequencies are all different.*

*The discrepancy between theoretical and experimental results are explained as arising from the finite duration of real earthquakes.*