

# ANALISIS REGRESIVO DE ESTABILIDAD DE TALUDES

Pedro ACEVEDO M\*  
Antonio KARZULOVIC L.\*\*  
Julio MOLINA P. de A.\*\*\*

## RESUMEN

*Se presenta una metodología para el análisis regresivo de estabilidad de taludes, que considera el factor de seguridad al desplazamiento como un funcional y se basa en una regresión numérica explícita. Se discuten algunas aplicaciones prácticas de este método.*

## INTRODUCCION

En general, el análisis de estabilidad de laderas y taludes, consiste en la determinación del factor de seguridad al desplazamiento,  $F$ , para un conjunto de condiciones de borde y parámetros que definen el problema en el instante del análisis.

Lo anterior se logra resolviendo numéricamente un modelo físico del problema de remoción en masa estudiado. Actualmente, pese a las posibilidades del método de elementos finitos, se emplean mayoritariamente los modelos de equilibrio límite<sup>1,2,3</sup>, por lo que en este trabajo se aceptará la validez de éstos.

Luego, en su forma más general, el objetivo del análisis de estabilidad de taludes, es el cálculo del valor del funcional que define a  $F$ , en el instante del análisis:

$$F = F [G(t), E(t), u(t), q(t), c(t), \phi(t)]$$

1

---

\* Investigador Sección Geotecnia. IDIEM.  
\*\* Ingeniero Civil. Ingeniería y Geotecnia Ltda.  
\*\*\* Memorista de IDIEM.

en que:

$G(t)$  representa la geometría del problema, definida por la superficie del talud,  $S_t(x)$ , el nivel freático,  $S_n(x)$ , y la superficie potencial de falla,  $S_f(x)$ , para el instante  $t$ .

$E(t)$  representa las condiciones sísmicas del problema en el instante  $t^*$ .

$u(t)$  representa el campo de presiones intersticiales en el instante  $t$ .

$q(t)$  representa el sistema de solicitaciones externas, actuantes sobre la masa potencialmente inestable, en el instante  $t$ .

$c(t)$  y  $\phi(t)$  son los parámetros de resistencia al corte, en términos de esfuerzos efectivos, para el instante  $t$ .

En los problemas de estabilidad, es usual considerar los valores de  $S(t)$ ,  $u(t)$  y  $q(t)$  correspondientes a las condiciones más desfavorables que, razonablemente, pudieran ocurrir, y se varía  $G(t)$ , variando  $S_f(x)$ , hasta obtener el mínimo valor de  $F$ , y éste se considera el valor numérico de la seguridad al desplazamiento para la superficie de falla más probable.

Sin embargo, en ciertos casos, cuando se analiza un problema de remoción en masa con posterioridad a su ocurrencia (análisis retrospectivo o back analysis), se conoce a priori la superficie de falla  $S_f(x)$ . Luego si se estiman las condiciones de borde para el instante  $t$  de falla incipiente, en que  $F = 1.00$  por definición, es posible determinar los pares  $(c, \phi)$  que cumplen la ecuación (1). De este conjunto de pares, se elige uno compatible con el material afectado y se acepta que ese par caracteriza la ley de fallas de Mohr-Coulomb de aquél, de acuerdo al esquema de la Fig. 1.

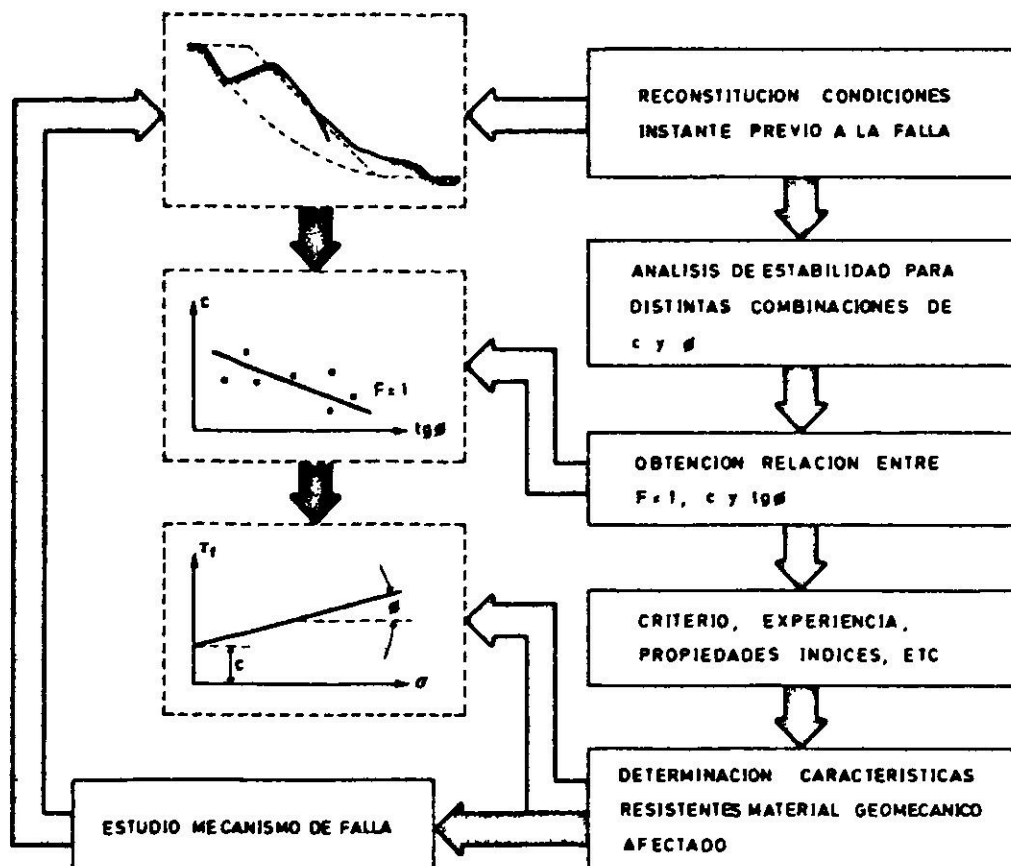


Fig. 1. Forma usual del análisis retrospectivo.

\* Al aceptar la validez de los métodos de equilibrio límite, el efecto de la ocurrencia de sismos deberá considerarse en la forma tradicional, vale decir, efectuando un análisis pseudoestático, en que el sismo se caracteriza por un coeficiente sísmico horizontal,  $k_h$ , y un coeficiente sísmico vertical,  $k_v$ .

## ANÁLISIS REGRESIVO DE ESTABILIDAD

Para estudiar la estabilidad de un talud dado hay 3 procedimientos:

1. Resolver la ecuación (1) en forma analítica, empleando cálculo variacional<sup>6</sup>.
2. Resolver la ecuación (1) en forma numérica, empleando alguno de los métodos de análisis generalizado<sup>3, 4, 5</sup>, todos los cuales consideran en forma implícita el funcional que define a  $F$ .
3. Analizar el problema según 2, para distintos valores de los parámetros considerados, y mediante un análisis regresivo de los resultados numéricos obtenidos, llegar a una expresión analítica para la ecuación (1).

Actualmente, el procedimiento 1 no se emplea en la práctica de la Ingeniería Civil, el 2 es usado en prácticamente todos los casos y el 3 se ha empleado sólo en forma implícita. Sin embargo, si se considera que al estudiar la estabilidad de un talud resulta imprescindible un análisis de sensibilidad<sup>2</sup>, se observan las ventajas de una aplicación explícita del procedimiento 3, la cual se discute en este trabajo.

Se ha observado<sup>7</sup> que para taludes homogéneos la ecuación (1) corresponde a:

$$F = K_c [G(t), E(t), u(t), q(t)] \cdot c + K_\phi [G(t), E(t), u(t), q(t)] \cdot \operatorname{tg}\phi \quad 2$$

O sea, el funcional  $F$  está definido por una combinación lineal de las funciones  $K_c$  y  $K_\phi$ , en que los coeficientes de combinación corresponden a los pares  $(c, \operatorname{tg}\phi)$ , los que, en el ámbito de interés práctico, están relacionados biunívocamente con los pares  $(c, \phi)^*$ .

Al efectuar el análisis se supone un valor dado para los parámetros que definen el problema:  $G(t) = G$ ,  $E(t) = E$ ,  $u(t) = u$  y  $q(t) = q$ , luego se tiene:

$$K_c(G, E, u, q) = K_c^\circ = \text{constante}$$

$$K_\phi(G, E, u, q) = K_\phi^\circ = \text{constante}$$

de donde:

$$F = K_c^\circ \cdot c + K_\phi^\circ \cdot \operatorname{tg}\phi \quad 3$$

Por lo tanto, para un talud homogéneo, el funcional  $F$  corresponde a un plano en el espacio  $c\text{-}\operatorname{tg}\phi\text{-}F$ , cuya proyección sobre los planos  $F\text{-}c$ ,  $c\text{-}\operatorname{tg}\phi$  y  $\operatorname{tg}\phi\text{-}F$ , genera familias de curvas definidas por  $\operatorname{tg}\phi = \text{constante}$ ,  $F = \text{constante}$  y  $c = \text{constante}$ , las que se han denominado curvas *isofriccionantes*, *isoestables* e *isocohesivas* respectivamente, como se ilustra en Fig. 2.

---

\* A partir de la ecuación 1 pueden obtenerse expresiones similares a 2, pero referidas a otros parámetros, pues en realidad basta proyectar el funcional  $F$  en un espacio definido por parámetros que interesan. En este trabajo, a menos que se indique lo contrario, se entenderá que el funcional  $F$  se proyecta en el espacio  $c\text{-}\operatorname{tg}\phi\text{-}F$ .

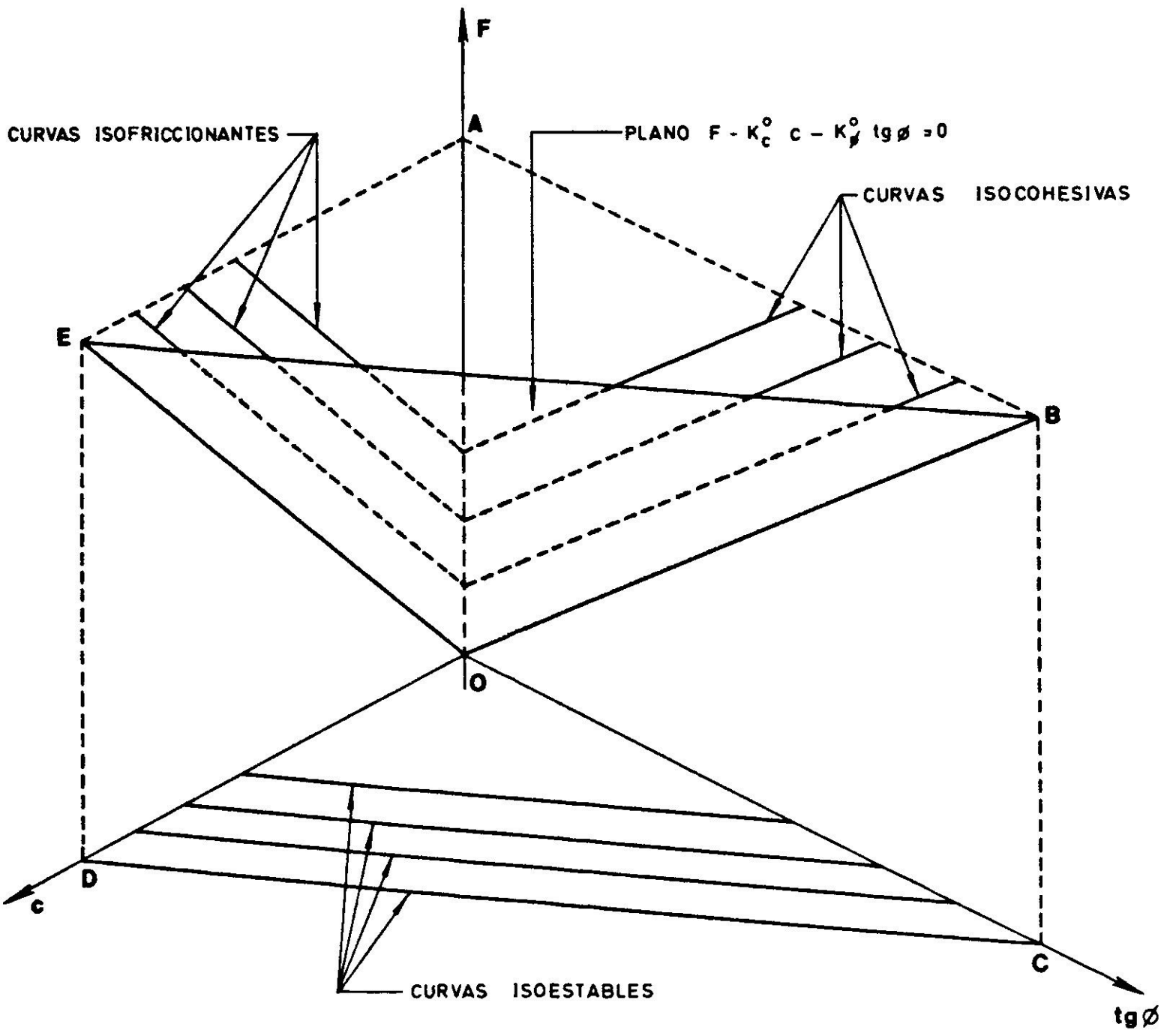


Fig. 2. Curvas isocohesivas, isofriccionantes e isoestables.

### APLICACIONES DEL ANALISIS REGRESIVO

A continuación se discute una serie de aplicaciones del análisis regresivo, en forma explícita a estabilidad de taludes.

#### Análisis retrospectivo (*Back Analysis*)

En la forma usual del análisis retrospectivo, se calcula el valor de  $F$  para una serie de pares  $(c, tg\phi)$  y luego, por interpolación se obtiene la curva isoestable definida por  $F = 1.00$ , de acuerdo al esquema de Fig. 1. Sin embargo, empleando la ecuación 3 se logra un gran ahorro de tiempo, ya que basta efectuar el análisis para 2 pares  $(c, tg\phi)$  para obtener la ecuación que define la familia de curvas isoestables.

Considerando por ejemplo el talud indicado en Fig. 3 en que  $\gamma = 1.85 \text{ t/m}^3$ ,  $\gamma_s = 2.10 \text{ t/m}^3$  y corresponde a un caso estático, se efectuó el análisis de estabilidad por el método de Janbu<sup>3,4</sup>, suponiendo que la línea de empujes entre dovelas

actúa sobre  $S_f(x)$  a una distancia igual a  $0.4 \cdot [S_t(x) - S_f(x)]$ , obteniéndose los siguientes resultados:

$$c = 1.0 \text{ t/m}^2 \text{ y } \phi = 15^\circ : F = 0.814$$

$$c = 5.0 \text{ t/m}^2 \text{ y } \phi = 35^\circ : F = 2.985$$

luego:

$$0.814 = 1.0 \cdot K_c^\circ + 0.268 \cdot K_\phi^\circ$$

$$2.985 = 5.0 \cdot K_c^\circ + 0.700 \cdot K_\phi^\circ$$

de donde se obtiene:

$$K_c^\circ = 0.360$$

$$K_\phi^\circ = 1.695$$

Por consiguiente, para el talud de Fig. 3,  $F$  queda definido, para cualquier combinación de  $c$  y  $\phi$ , por la expresión:

$$F = 0.360 \cdot c + 1.695 \cdot \text{tg}\phi \quad 4$$

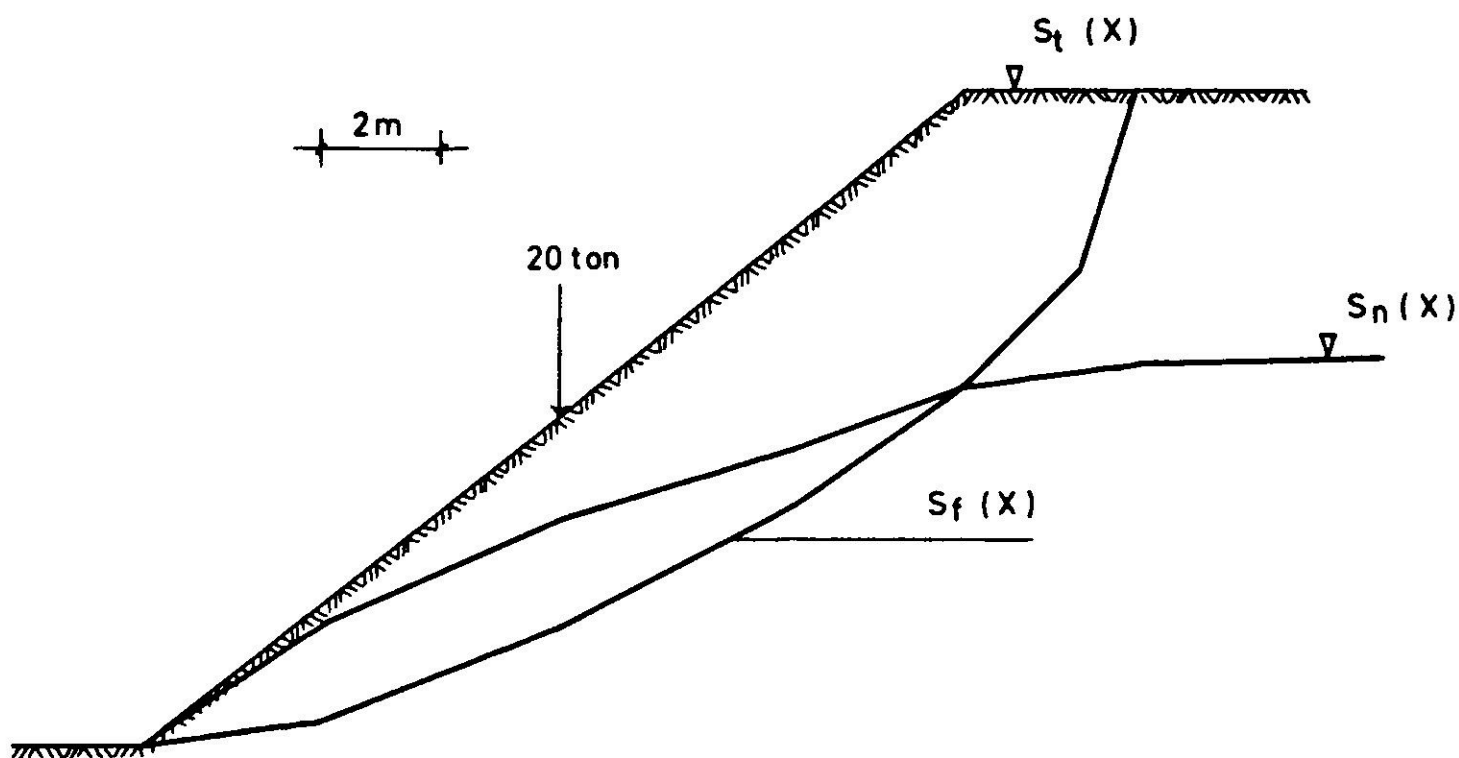


Fig. 3. Ejemplo de aplicación.

La bondad de la expresión anterior se observa en la Tabla I, en que se aprecia que para fines prácticos puede considerarse que al emplear la relación 4 no se comete error.

Pese a que, en rigor, el análisis retrospectivo y los métodos de equilibrio límite sólo son aplicables al caso de falla incipiente<sup>1</sup>, en la práctica puede emplearse la metodología antes reseñada\* a casos en que  $F$  es mayor que 1.00 con muy buenos resultados, como se aprecia en Fig. 4, en que las rectas corresponden a la

\* Al igual como se hace con los métodos de análisis generalizados que se basan en el equilibrio límite.

expresión 4 para el caso  $k_h = 0g$  y a expresiones similares calculadas para  $k_h = 0.1g$  y  $0.2g$ , y los puntos señalan el valor de  $F$  calculado directamente con el método de Janbu.

TABLA I  
ANÁLISIS RESULTADOS EJEMPLO FIG. 3

c	$\phi$	F		$\Delta F$		
		t/m <sup>2</sup>	Grados		1	2
1.0	15			0.814	0.814	0.000
1.0	20			0.977	0.977	0.000
1.0	25			1.152	1.150	0.002
1.0	30			1.341	1.339	0.002

1. Valor de F calculado directamente por el método de Janbu
2. Valor de F calculado según la relación 4.

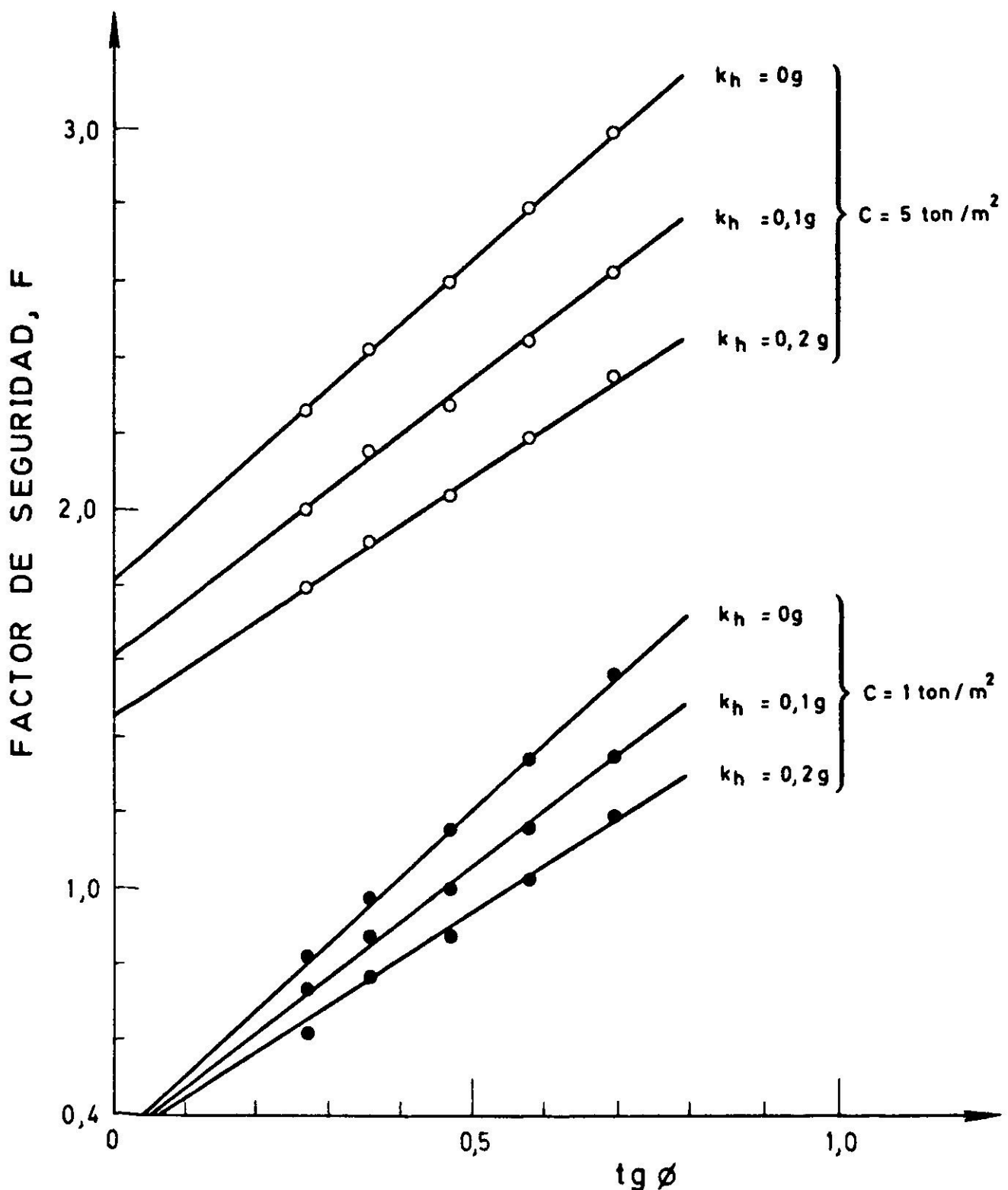


Fig. 4. Análisis del talud de Fig. 3. Curvas isocohesivas.



En el caso de farellones rocosos, la metodología anterior resulta especialmente útil debido a que se definen cuñas potencialmente inestables las que, al caer, originan espacios en forma de triedros, y ello permite definir en forma muy precisa  $S_f(x)$ , como se aprecia en Figs. 5 y 6.



Fig. 5. Triedro originado por la caída de un bloque rocoso en forma de cuña. Farellón Piedra del Gato. Puerto Cisnes. XI Región<sup>8</sup>.

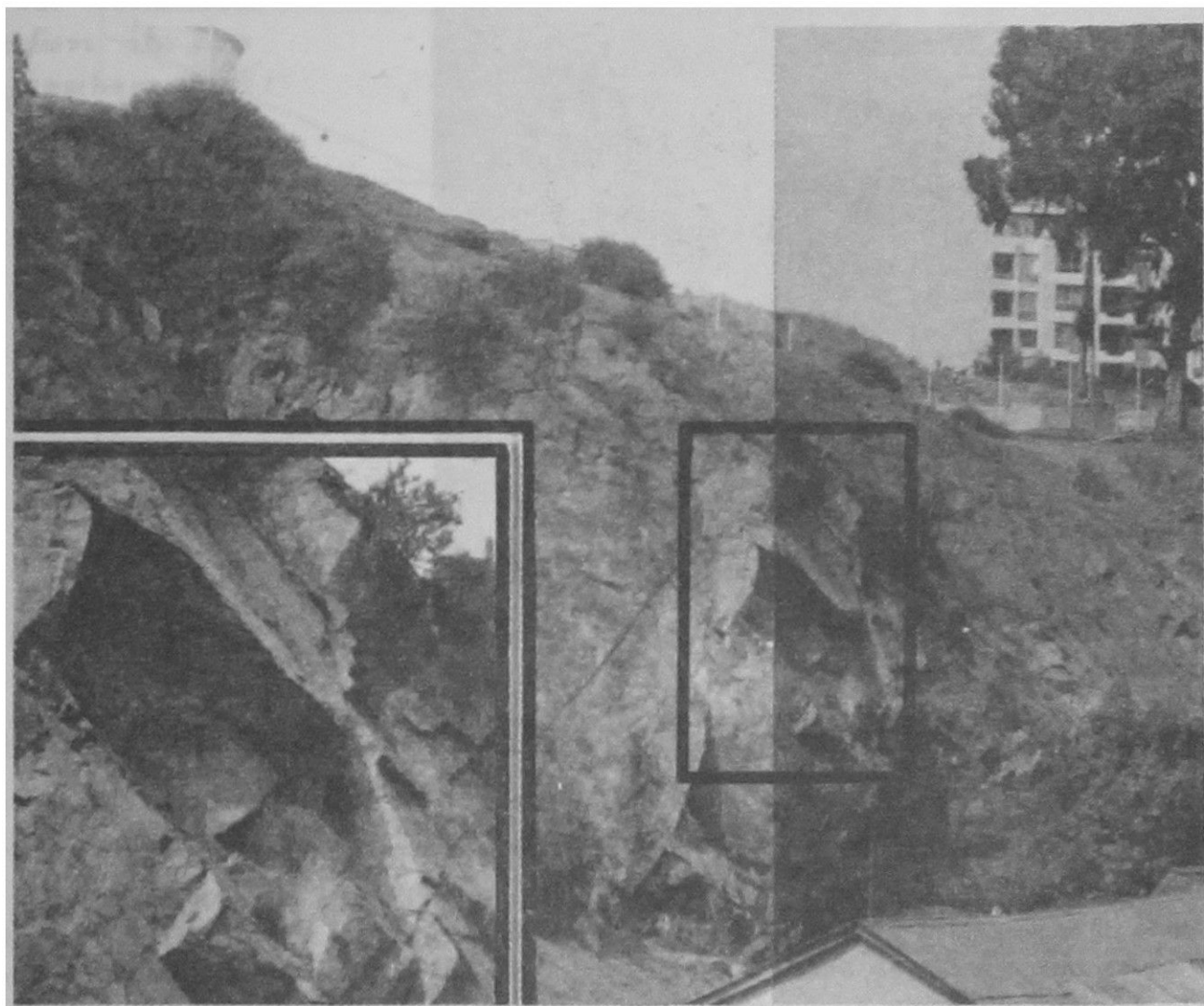


Fig. 6. Detalle del triedro originado por la caída de un bloque en un farellón rocoso<sup>9</sup>.

Resulta, entonces, el análisis retrospectivo equivalente a la interpretación de un ensayo in situ a gran escala, y tal interpretación es muchas veces necesaria para resolver problemas como el señalado en Fig. 7. Sin embargo, es preciso indicar que deben considerarse con especial cuidado las características geotécnicas de las discontinuidades presentes en el farellón rocoso estudiado para determinar la influencia de los efectos de escala, que se traduce en la validez de los resultados obtenidos<sup>3, 10</sup>, y en la necesidad de efectuar un análisis tridimensional de la estabilidad<sup>10</sup>.



**Fig. 7.** Bloque potencialmente inestable cuyo análisis de estabilidad requiere determinar los parámetros de resistencia al corte mediante ensayos in situ<sup>8</sup>.

### Problemas de no convergencia

Para algunos casos particulares  $G-c-tg\phi$ , los métodos de equilibrio límite presentan problemas de no-convergencia<sup>3, 11</sup>, aparentemente debido al hecho que

\* Dependiendo de la rugosidad y el relleno de las discontinuidades que definen  $S_f(x)$ , la ley de resistencia al corte puede ser fuertemente no lineal, no siendo válida una ley del tipo Mohr-Coulomb y quedando la resistencia al corte definida por  $\tau_{max} = f(\sigma)$ . Como el análisis retrospectivo entrega un valor medio de  $\sigma$  sobre  $S_f(x)$ , sus resultados sólo serían aplicables a casos de geometría similar, o sea, con valores medios de  $\sigma$  similares.



sus algoritmos de solución son de convergencia no monotónica y en estos casos particulares no convergen al valor solución.

Este problema puede tratarse mediante un análisis regresivo, ya que si se produce no-convergencia para una geometría  $G = G_0$  y valores de  $c$  y  $\phi$  iguales a  $c_0$  y  $\phi_0$ , respectivamente, puede realizarse el análisis para las combinaciones  $G_0 - c_1 - \phi_1$  y  $G_0 - c_2 - \phi_2$ , y luego aplicando la ecuación 3, determinar  $K^{\circ}_c$  y  $K^{\circ}_{\phi}$ , para obtener finalmente  $F(G_0, c_0, \phi_0)$  como:

$$F(G_0, c_0, \phi_0) = K^{\circ}_c \cdot c_0 + K^{\circ}_{\phi} \cdot \operatorname{tg}\phi_0 \quad 5$$

### Efecto de la variabilidad de $c$ y $\operatorname{tg}\phi$

En la práctica, las propiedades de los materiales geomecánicos presentan cierta dispersión estadística, cuyo efecto es difícil de considerar en forma simple en los análisis de estabilidad. Sin embargo, la metodología expuesta permite evaluar este efecto en forma simplificada con el método gráfico indicado en Fig. 8.

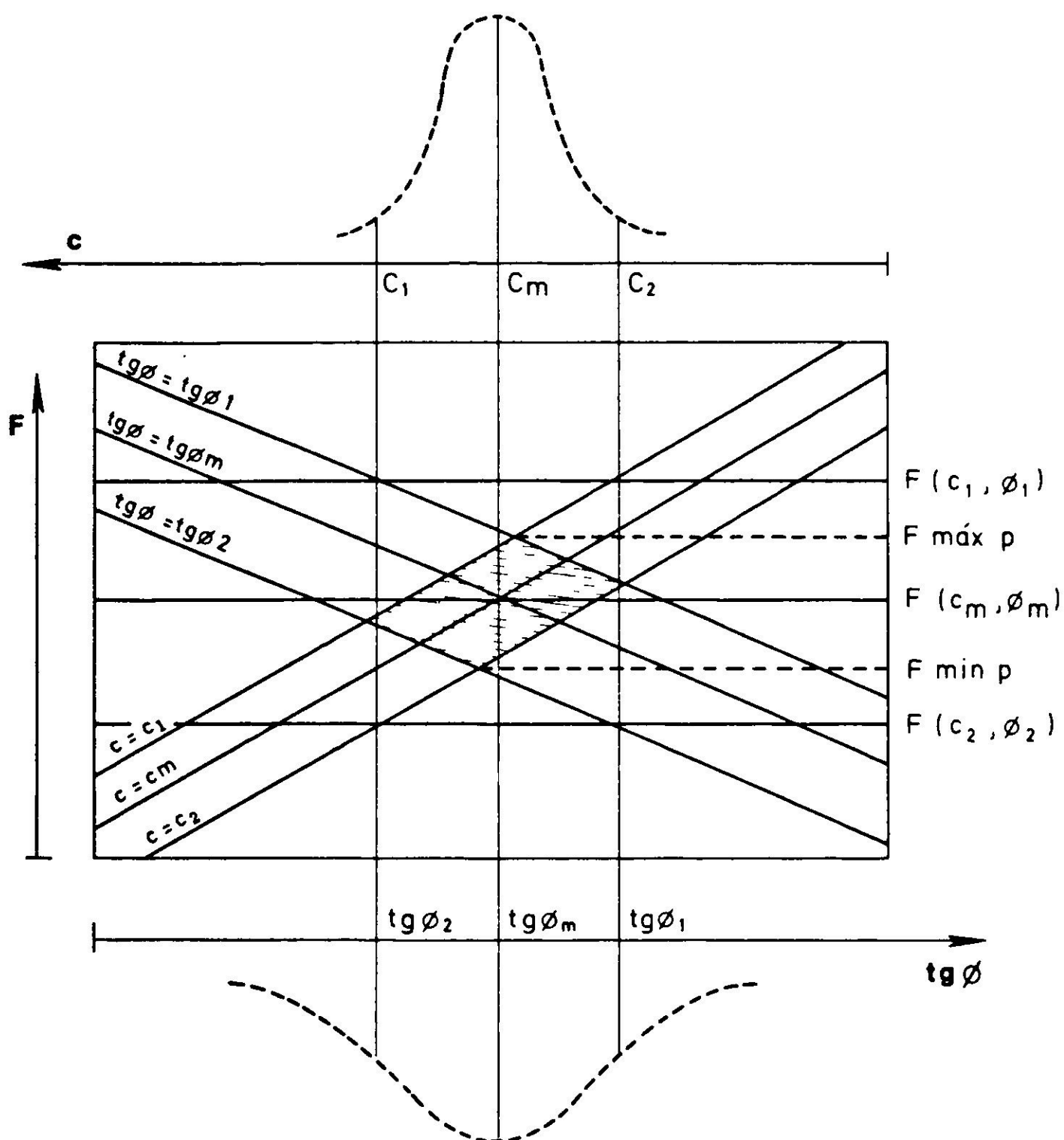


Fig. 8. Método gráfico para examinar el efecto de la variabilidad de  $c$  y  $\operatorname{tg}\phi$  en  $F$ .

Suponiendo que  $c$  y  $tg\phi$  siguen una distribución estadística normal, con valores medios  $c_m$  y  $tg\phi_m$ , mínimos probables  $c_2$  y  $tg\phi_2$ , y máximos probables  $c_1$  y  $tg\phi_1$ , se traza el sistema de ejes definido en Fig. 8, de modo que  $c_2 - tg\phi_1$ ,  $c_m - tg\phi_m$  y  $c_1 - tg\phi_2$  queden respectivamente en una misma vertical. Luego se dibujan las curvas isocohesivas  $c = c_1$ ,  $c = c_m$  y  $c = c_2$ , así como las curvas isofriccionantes  $tg\phi = tg\phi_1$ ,  $tg\phi = tg\phi_m$  y  $tg\phi = tg\phi_2$ .

La zona definida por la intersección de estas curvas, que aparece sombreada en la figura de referencia, determina los valores máximos y mínimos que, razonablemente, podría tener  $F$ , denominados  $F_{max}$  y  $F_{min}$  respectivamente, ya que considerar los casos  $F(c_1, \phi_1)$  y  $F(c_2, \phi_2)$  corresponde a situaciones extremas, de baja probabilidad de ocurrencia.

### Parametrización del problema

Mediante análisis regresivo es posible parametrizar el problema, llegando a ecuaciones semejantes a la expresión (3) o más complejas.

Este tipo de parametrización se encuentra actualmente en estudio<sup>1,2</sup>. Cuando se alcance una conclusión se podrá llegar a expresiones generalizadas que facilitarán un análisis de sensibilidad considerando parámetros que muchas veces son preponderantes en la estabilidad, como es el caso de los coeficientes sísmicos, especialmente en países que, como Chile, presentan alta sismicidad.

### DISCUSION

La metodología de análisis regresivo expuesta en este trabajo, no sólo facilita el análisis retrospectivo de estabilidad de taludes (back analysis), sino que además permite una serie de aplicaciones prácticas que se traducen en un ahorro de tiempo computacional. Sin embargo, es preciso señalar que presenta las siguientes limitaciones:

1. Permite considerar únicamente el caso de taludes homogéneos.
2. Tiene todas las restricciones propias de los métodos de análisis basados en el equilibrio límite, resultando especialmente importante aquéllas derivadas de considerar la ocurrencia de sismos únicamente mediante un análisis pseudoestático y las relacionadas con los fenómenos de falla progresiva.

Pese a lo anterior, en la práctica se presentan múltiples problemas, tanto de mecánica de suelos como de mecánica de rocas, que pueden modelarse como un talud homogéneo. Además, las limitaciones propias de los métodos de equilibrio límite, están presentes en los métodos de análisis actualmente empleados, por lo que no se pueden considerar como una desventaja propia del análisis regresivo.

Es interesante señalar que en el caso de farellones rocosos, la gran mayoría de los problemas de estabilidad corresponde a fenómenos de falla progresiva, pese a lo cual los análisis de tipo retrospectivo siguen siendo muy útiles en la ingeniería práctica<sup>2</sup>, no obstante entregar valores de la resistencia al corte que no corresponden a la efectivamente movilizada, y están más próximos a los valores residuales de la resistencia al corte<sup>13</sup>.

Finalmente, cabe indicar que la metodología expuesta sería aplicable en los siguientes tipos de desplazamientos<sup>3</sup>: caídas, hundimientos, deslizamientos y algunos tipos de desplazamientos complejos.

### REFERENCIAS

1. CHOWDHURY, R.N. *Slope analysis*. Ed. Elsevier. 1978.
2. HOEK, E. y BRAY, J.W. *Rock slope engineering*. 3ª edición IMM. 1981.
3. KARZULOVIC, L.A. y RUZ, J.M. *Metodología y programas computacionales para el análisis de la estabilidad de taludes*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. 1979.
4. JANBU, N. Slope stability computations, en *Embankment-Dam Engineering. Casagrande Volume* de Hirschfeld, R.C. y Poulos, S.J. (editores) ed. J. Wiley & Sons. 1973.
5. MORGENSTERN, N.R. y PRICE, V.E. The analysis of the stability of general slip surfaces, *Geotechnique*, vol. 15, n° 1. 1965.
6. REVILLA, J. y CASTILLO, E. The calculus of variations applied to stability of slopes. *Geotechnique*, vol. 27, n° 1, 1977.
7. RUZ, J.M. Comunicación personal. 1980.
8. HAUSER, Y.A.; KARZULOVIC, K.J. y KARZULOVIC, L.A. *Estudio de problemas geotécnicos y proposición de soluciones en sectores Lago Risopatrón-Fiordo Puyuhuapi-Piedra del Gato de Río Cisnes de la Carretera Austral Presidente Pinochet*, Undécima Región. Provincia de Aysén. Informe Técnico, 1980.
9. KARZULOVIC, L.A. y KARZULOVIC, K.J. *Estudio de estabilidad de taludes en recinto Shell Planta Las Salinas de Viña del Mar*. Informe Técnico, 1980.
10. LAMA, R.D. y VUTUKURI, V.S. *Handbook on mechanical properties of rocks*, Volumen IV, editorial Transactions Technical Publications, 1978.
11. RAULIN, P.; ROUQUES, G. y TOUBOL, A. *Calcul de la stabilité des pentes en rupture non circulaire*. Rapport de Recherche N° 42. Lab. des Ponts et Chaussées, 1974.
12. MOLINA, P de A.J. Comunicación personal, 1981.
13. MANFREDINI, G.; MARTINETTI, S. y RIBACCHI, R. Inadequacy of limiting equilibrium methods for rock slopes design. *Sixteenth Symposium on Rock Mechanics*. Minneapolis, U.S.A. 1975.

**REGRESSIVE ANALYSIS OF STABILITY OF SLOPES****SUMMARY**

*A regressive slope stability analysis methodology, which considers the factor of safety as a functional, is presented. This methodology is defined by a direct mathematical regression. Some practical applications are discussed.*