

# ACOPLAMIENTO TORSIONAL EN EDIFICIOS DE DOBLE SIMETRIA

Paulina GONZALEZ S.\*

## RESUMEN

*El comportamiento dinámico torsional de edificios ha sido ampliamente investigado empleando diversas metodologías, pero los resultados que se ha obtenido no siempre proporcionan conclusiones suficientemente generales, aplicables a diversos tipos de estructuras, en especial a edificios de doble simetría. En esos estudios se ha observado que edificios aparentemente simétricos, cuyas rigideces rotacional y traslacional satisfacen una relación crítica entre sí, presentan oscilaciones torsionales.*

*En este trabajo se estudia analíticamente la respuesta dinámica de edificios, empleando modelos simplificados de la estructura y del movimiento sísmico, con lo que se consigue identificar los parámetros que son determinantes de las características del fenómeno de acoplamiento torsional. Los parámetros identificados corresponden a la dirección de aplicación de la sollicitación y la frecuencia de ésta, y las características de la estructura. Del análisis del movimiento del sistema se deduce que edificios de doble simetría vibran torsionalmente cuando son sometidos a sollicitaciones traslacionales, debido a que se hace presente el fenómeno de resonancia entre las frecuencias de la sollicitación y de la estructura.*

## INTRODUCCION

En estudios experimentales<sup>1, 2</sup>, así como en simulaciones computacionales<sup>3, 4, 5, 6, 7</sup>, se ha observado que edificios con simetría aparente de masas y rigideces oscilan

---

\* Candidata al grado de Magister en Ingeniería Sísmica. Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

simultáneamente en forma traslacional y rotacional cuando son excitados por solicitaciones dinámicas de traslación. En las investigaciones sobre este fenómeno se ha encontrado que es producido principalmente por dos causas. Una de ellas, estudiada por Newmark<sup>8</sup> y Mazilu y colaboradores<sup>9</sup>, se asocia al movimiento diferencial entre la partículas de suelo, ocasionado por la propagación de las ondas sísmicas. La otra causa, que se comprueba analíticamente en este trabajo, tiene relación con las características y configuración de la estructura.

Sobre la segunda causa mencionada se ha realizado diversas investigaciones<sup>2, 3, 7, 10</sup> basadas en la respuesta dinámica de algunas estructuras de uno y varios pisos. En esos trabajos se ha detectado que en estructuras que presentan excentricidades estáticas pequeñas, prácticamente nulas, y que satisfacen una cierta relación crítica entre las rigideces rotacional y traslacional, se producen movimientos torsionales cuando son solicitadas traslacionalmente. Para tomar en cuenta este fenómeno los códigos de diseño, en el método estático de análisis, consideran un factor de amplificación dinámico del momento de torsión y una excentricidad accidental adicional<sup>3, 11, 12</sup>. Sin embargo estas disposiciones carecen de suficiente fundamentación teórica, especialmente para el caso de edificios de doble simetría, ya que se basan en observaciones y estudios empíricos de casos particulares<sup>13, 14, 15</sup> y en estudios que atribuyen la causa de las oscilaciones torsionales de edificios simétricos solamente a movimientos diferenciales entre las partículas de suelo<sup>8</sup>.

El objetivo de la presente investigación es explicar analíticamente el fenómeno observado; para ello se desarrolla las ecuaciones dinámicas del movimiento, considerando un modelo simplificado de la estructura y de la solicitación sísmica, los que, sin restarle validez a los resultados que entregan, facilitan notoriamente el tratamiento analítico del problema. En primer lugar, se determina las direcciones de aplicación de la solicitación que maximizan la respuesta de la estructura, con lo que se generaliza las observaciones experimentales de Ayre<sup>16</sup>. Posteriormente se hace un estudio analítico de las oscilaciones traslacionales y torsionales del sistema, cuando éste satisface las condiciones, que, de acuerdo con las observaciones prácticas y experimentales mencionadas, generan las máximas respuestas estructurales. En particular, se deduce que edificios aparentemente simétricos presentan oscilaciones torsionales de gran magnitud cuando son solicitados traslacionalmente.

Los resultados que se obtienen de este análisis configuran una fundamentación matemática que explica el comportamiento torsional de edificios de doble simetría. Además, permiten explicar, como un caso particular, que las oscilaciones torsionales de edificios con excentricidad estática en un sólo eje, perpendicular a la dirección de aplicación de la solicitación, aumentan a medida que disminuye dicha excentricidad. Finalmente, considerando la incidencia que pueden tener los resultados de este trabajo en la Norma Chilena de Cálculo Antisísmico de Edificios<sup>17</sup>, se discute la validez de algunas de las disposiciones contenidas en ella que tienen relación con el problema estudiado.

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DE LA ESTRUCTURA

Modelo estructural

Se estudia el comportamiento dinámico torsional de edificios para lo cual se analiza un modelo lineal, no amortiguado, de tres grados de libertad, de una estructura de un piso. El modelo está compuesto por una losa rígida en su plano apoyada sobre columnas inextensibles de masa despreciable y de rigideces  $k_{xi}$  en la dirección  $x$  y  $k_{yi}$  en la dirección  $y$ , como se ilustra en la Fig. 1. Se desprecia la rigidez torsional individual de la columnas. Los tres grados de libertad del sistema corresponden a los desplazamientos horizontales  $u$  y  $v$  del centro de masa de la losa, relativos al suelo, medidos en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente, y al giro  $\theta$  en torno al eje vertical  $z$ .

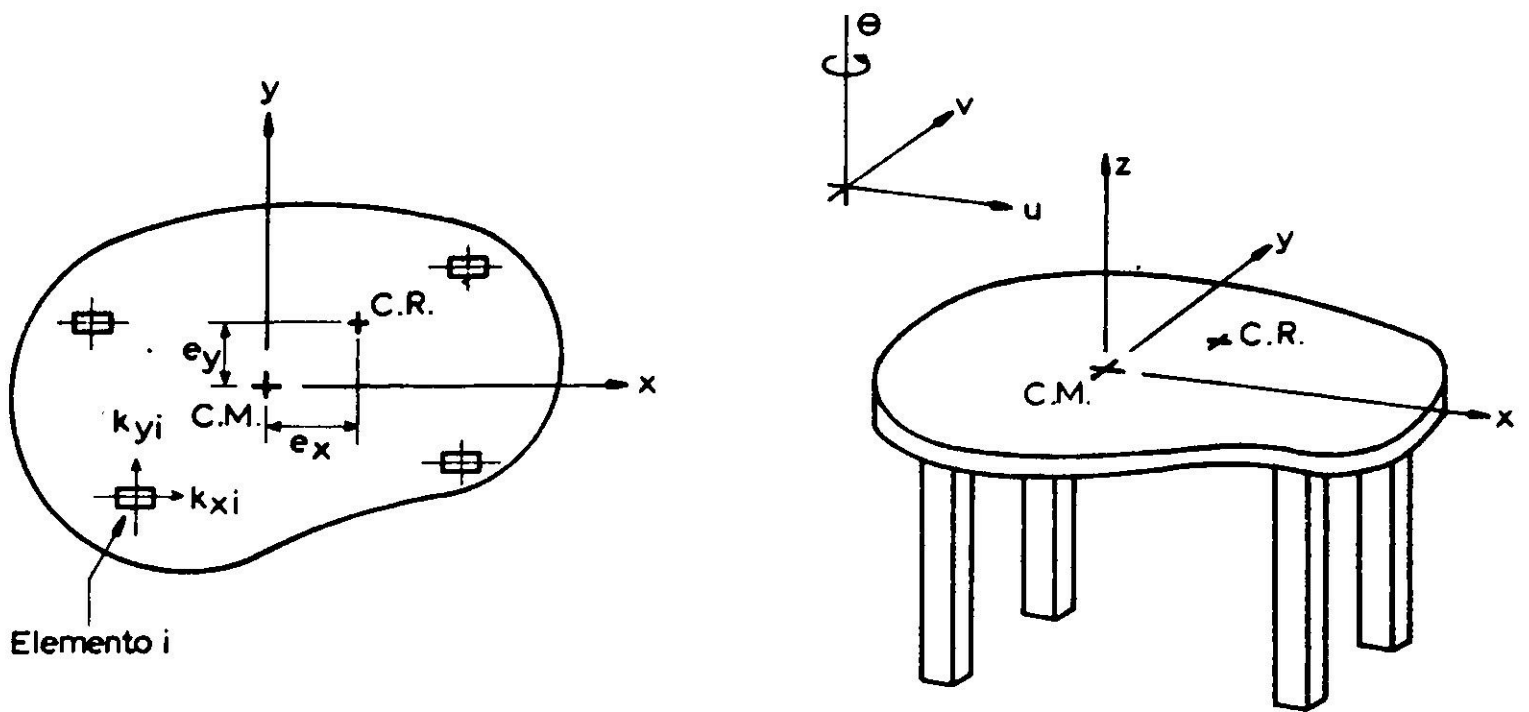


Fig. 1. Modelo estructural.

Los parámetros que se emplean para describir el modelo son referidos al centro de masa de la losa. La matriz de rigidez es<sup>5,17</sup>

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ K_{xy} & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{x\theta} & K_{y\theta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

y cada uno de sus elementos está dado por

$$K_{xx} = \sum_{i=1}^n k_{xi} \quad K_{x\theta} = -K_{xx}e_y$$

$$K_{yy} = \sum_{i=1}^n k_{yi} \quad K_{y\theta} = K_{yy}e_x$$

$$K_{xy} = 0 \quad K_{\theta\theta} = \sum_{i=1}^n (k_{xi}d_{yi}^2 + k_{yi}d_{xi}^2)$$

donde

$e_x$  : excentricidad estática en la dirección  $x$

$e_y$  : excentricidad estática en la dirección  $y$

$d_{xi}$  : distancia desde la columna  $i$  al centro de masa, medida en la dirección  $x$ .

$d_{yi}$  : distancia desde la columna  $i$  al centro de masa, medida en la dirección  $y$ .

Suponiendo que la masa está uniformemente distribuida en la losa rígida, la matriz de masa es

$$[M] = \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & m\rho^2 \end{bmatrix}$$

$m$  : masa de la losa

$\rho$  : radio de giro de la losa

### Vibraciones libres

La ecuación del movimiento en vibraciones libres del sistema descrito es<sup>4,5</sup>

$$[M] \{\ddot{U}\} + [K] \{U\} = \{0\} \quad 1a$$

en que  $\{U\}$  es el vector de desplazamientos relativos del centro de masa

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} \quad 1b$$

y  $\{\ddot{U}\}$  es el vector de aceleraciones. La ecuación (1a) corresponde a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales con soluciones de la forma

$$\{U\} = C e^{-j\omega_{nk} t} \{\phi_{ik}\} \quad 2$$

donde  $C$  es una constante arbitraria,  $\omega_{nk}$  es la frecuencia natural de vibrar del modo  $k$  y  $\{\phi_{ik}\}$  es el modo natural de vibrar.

Como el sistema dinámico es de tres grados de libertad, resulta una matriz modal de 3 filas por 3 columnas y tres frecuencias naturales.

El movimiento del sistema puede ser considerado como una serie de movimientos rotatorios en torno a centros instantáneos de rotación. Cuando la estructura vibra en un modo natural cualquiera, el centro instantáneo de rotación es estacionario<sup>16</sup>. La posición de dicho punto, para el modo  $k$ , queda dado por las coordenadas<sup>5,16</sup>.

$$X_{CIRk} = - \frac{\phi_{2k}}{\phi_{3k}} \quad Y_{CIRk} = \frac{\phi_{1k}}{\phi_{3k}} \quad k = 1, 2, 3 \quad 3$$



La recta que une el centro instantáneo de rotación del modo  $k$  con el centro de masa del sistema queda definida por su pendiente respecto del eje  $x$  del sistema de coordenadas elegido

$$\operatorname{tg} \alpha_{CIR k} = \frac{Y_{CIR k}}{X_{CIR k}} = - \frac{\phi_{1k}}{\phi_{2k}} \quad k = 1, 2, 3 \quad 4$$

### Vibraciones forzadas

La ecuación del movimiento en vibraciones forzadas<sup>4,5</sup> es

$$[M] \{ \ddot{U} \} + [K] \{ \ddot{U} \} = - [M] \{ U_s \} \quad 5$$

donde  $\{ \ddot{U}_s \}$  es el vector de aceleraciones del suelo

Aplicando separación de variables a la ecuación (5)

$$\{ U \} = [\phi] \{ y(t) \} \quad 6$$

con

$[\phi]$  : matriz modal (solución espacial)

$\{ y(t) \}$ : solución temporal

se obtiene un sistema desacoplado de ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, de la forma

$$\{ \ddot{y}(t) \} + [\omega_n^2] \{ y(t) \} = - [\beta] \{ \ddot{U}_s \} \quad 7a$$

donde

$$[\beta] = ([\phi]^T [M] [\phi])^{-1} ([\phi]^T [M]) \quad 7b$$

$[\omega_n^2]$  : matriz diagonal de frecuencias naturales del sistema

El  $k$ -ésimo término de la ecuación (7a) puede expresarse como

$$\ddot{y}_k(t) + \omega_{nk}^2 Y_k(t) = - (\beta_{k1} \ddot{u}_s + \beta_{k2} \ddot{v}_s + \beta_{k3} \ddot{\theta}_s) \quad k = 1, 2, 3 \quad 8$$

## ANALISIS DE LA RESPUESTA DINAMICA DE LA ESTRUCTURA

### Respuesta a sollicitación sinusoidal

La modelación de un movimiento sísmico mediante una senoide es una aproximación simplificada, pero sirve adecuadamente a los propósitos de este análisis porque permite extraer con facilidad información de interés acerca del movimiento del sistema bajo estudio. Los factores que determinan la respuesta del sistema

son separables en dos grupos; unos provienen de la sollicitación y los otros de la estructura misma. Entre los primeros se tiene la dirección de aplicación de la sollicitación y su frecuencia. Los factores que corresponden a la estructura son sus frecuencias naturales y la distancia entre los centros de masa y de rigidez<sup>1,2,4 a 7, 18,19</sup>.

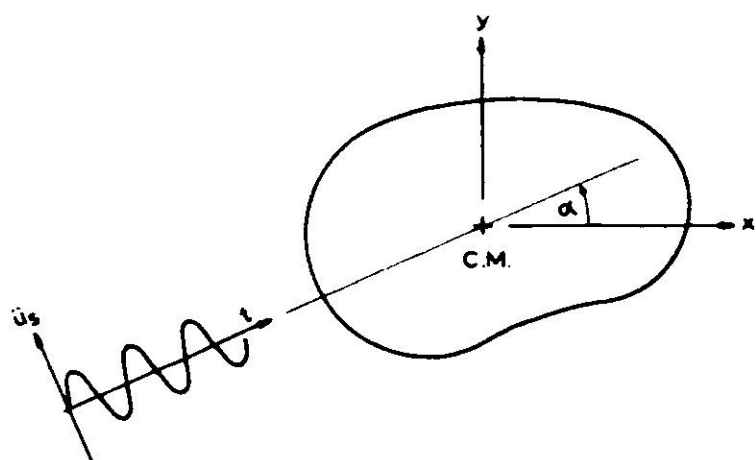


Fig. 2. Dirección de aplicación de la sollicitación.

Con esta sollicitación, la solución de la ecuación (8) en el régimen permanente es

$$Y_k(t) = - \frac{A(\beta_{k1} \cos\alpha + \beta_{k2} \operatorname{sen}\alpha)}{(\omega_{nk}^2 - \omega^2)} \operatorname{sen}\omega t \quad k = 1, 2, 3 \quad 10$$

### Influencia de la sollicitación

La amplitud de la respuesta en cada modo de la estructura, de acuerdo con las ecuaciones (6), (7a), (7b) y (10), es

$$\{\phi_k\} Y_k = \{\phi_k\} A \frac{(\phi_{1k} \cos\alpha + \phi_{2k} \operatorname{sen}\alpha)}{(\omega_{nk}^2 - \omega^2)(\phi_{1k}^2 + \phi_{2k}^2 + \rho^2 \phi_{3k}^2)} \quad k = 1, 2, 3 \quad 11$$

Es fácil ver que si la frecuencia de la sollicitación coincide con la frecuencia natural de uno de los modos, se produce resonancia en ese modo.

La dirección de aplicación de la sollicitación que maximiza las respuestas modales se determina igualando a cero la derivada parcial con respecto al ángulo  $\alpha$  de la respuesta modal. Al aplicar este procedimiento en la ecuación (11) se obtiene

$$\operatorname{tg}\alpha_{crk} = \frac{\phi_{2k}}{\phi_{1k}} \quad k = 1, 2, 3 \quad 12$$

donde  $\alpha_{crk}$  es el ángulo que define la dirección crítica de aplicación de la sollicitación, que es aquella que genera la máxima respuesta de la estructura según el modo  $k$ . Relacionando este resultado con la ecuación (4), se tiene

$$\operatorname{tg}\alpha_{crk} = - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{CIRk}} \quad k = 1, 2, 3 \quad 13$$

Suponiendo excitación torsional nula, el vector de aceleración del suelo es

$$\{\ddot{U}_s\} = \begin{Bmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \\ 0 \end{Bmatrix} A \operatorname{sen}\omega t \quad 9$$

en que el ángulo  $\alpha$ , Fig. 2, define la dirección de aplicación de la sollicitación con respecto al eje X del sistema de coordenadas elegido. Con

De esta relación se deduce que la dirección crítica de un modo es perpendicular a la recta que une el centro de masa del sistema con el centro instantáneo de rotación del modo. Este es un importante resultado que permite explicar analíticamente y generalizar las observaciones experimentales de Ayre<sup>16</sup> acerca de los parámetros que influyen en la respuesta torsional de las estructuras no-simétricas.

También se deduce que la respuesta modal, definida por la Ec. (11), varía de cero, cuando la dirección de incidencia coincide con la perpendicular a la dirección crítica, a su valor máximo cuando la dirección de aplicación de la sollicitación es precisamente la crítica.

### Influencia de las características de la estructura

El estudio de la influencia de las características de la estructura en la respuesta dinámica se ve facilitado cuando ellas son descritas mediante relaciones matemáticas sencillas. Se da tal situación cuando las rigideces del sistema, según las direcciones  $x$  e  $y$ , son iguales ( $K_{xx} = K_{yy} = K$ ), ya que para ese caso la ecuación cúbica de frecuencias de la estructura se reduce a una ecuación cuadrática<sup>5</sup>. Bajo estas condiciones, las expresiones para las formas modales y frecuencias naturales del sistema son

$$\{\phi_1\} = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \{\phi_2\} = \begin{pmatrix} e_y \\ -e_x \\ \frac{(\omega_{n1}^2 - \omega_{n2}^2)}{\omega_{n1}^2} \end{pmatrix}, \quad \{\phi_3\} = \begin{pmatrix} e_y \\ -e_x \\ \frac{(\omega_{n1}^2 - \omega_{n3}^2)}{\omega_{n1}^2} \end{pmatrix} \quad 14$$

$$\omega_{n1}^2 = \frac{K}{m} \quad 15a$$

$$\omega_{n2,3}^2 = \frac{1}{2}(\omega_{n1}^2 + \omega_{\theta\theta}^2) \mp \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_{n1}^2 - \omega_{\theta\theta}^2)^2 + 4\omega_{n1}^4 \frac{(e_x^2 + e_y^2)}{\rho^2}} \quad 15b$$

en que 
$$\omega_{\theta\theta}^2 = \frac{K_{\theta\theta}}{m\rho^2} \quad 15c$$

y las direcciones críticas de los modos son

$$\operatorname{tg}\alpha_{cr1} = \frac{e_y}{e_x}, \quad \operatorname{tg}\alpha_{cr2} = -\frac{e_x}{e_y}, \quad \operatorname{tg}\alpha_{cr3} = -\frac{e_x}{e_y} \quad 16$$

De aquí se deduce que la dirección crítica del modo 1 coincide con la línea que une los centros de masa y rigidez y, además, que es perpendicular a las direcciones críticas de los modos 2 y 3, las que en estas condiciones son coincidentes entre sí. También es posible deducir que las direcciones críticas de los tres modos corresponden, de acuerdo con las expresiones (14), a las direcciones de vibración libre de cada uno de ellos. En efecto, la forma modal 1 indica que la estructura vibra según la dirección de la línea que une los centros de masa y rigidez, y no se presentan oscilaciones torsionales; las formas modales

2 y 3 indican que la estructura vibra según la dirección perpendicular a la de vibración del modo 1, presentando en estos dos casos oscilaciones torsionales.

Teniendo en cuenta los resultados de la ecuación (11) respecto a las frecuencias de la sollicitación, y su relación con la respuesta de la estructura y la dirección crítica de los modos 2 y 3, se deduce que si la sollicitación es aplicada según esta dirección, en la vibración resultante de la estructura predomina uno de estos dos modos, dependiendo de cuál sea la frecuencia de la sollicitación.

Como interesa estudiar la respuesta torsional de la estructura a sollicitaciones traslacionales, se hace incidir la excitación en la dirección crítica de los modos 2 y 3, con lo que se anula la respuesta del modo 1 que es sólo traslacional. Con el objeto de independizar, en parte, la dirección crítica de la razón de excentricidades, se considera que éstas son iguales ( $e_x = e_y = e$ ), y por lo tanto se obtiene

$$\operatorname{tg} \alpha_{cr1} = 1 \quad \rightarrow \quad \alpha_{cr1} = \frac{\pi}{4} \quad 17$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{cr2} = \operatorname{tg} \alpha_{cr3} = -1 \quad \rightarrow \quad \alpha_{cr2} = \alpha_{cr3} = \frac{3\pi}{4}$$

Si se supone, adicionalmente, que las rigideces rotacional y traslacional satisfacen la relación crítica<sup>9 a 5,10,19,20</sup> dada por la siguiente ecuación

$$\frac{K}{m} = \frac{K_{\theta\theta}}{m\rho^2} \quad \rightarrow \quad \omega_{n1}^2 = \omega_{\theta\theta}^2 = \omega_1^2 \quad 18$$

entonces las frecuencias naturales de los modos 2 y 3, ecuación (15b), se reducen a

$$\omega_{n2,3}^2 = \omega_1^2 \left[ 1 \mp \frac{e\sqrt{2}}{\rho} \right] \quad 19$$

y la amplitud de la respuesta del sistema es

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} e \\ -e \\ \frac{e}{\rho}\sqrt{2} \end{Bmatrix} \frac{A\sqrt{2}}{4e[\omega_1^2(1 - \frac{e}{\rho}\sqrt{2}) - \omega^2]} + \begin{Bmatrix} e \\ -e \\ \frac{e}{\rho}\sqrt{2} \end{Bmatrix} \frac{A\sqrt{2}}{4e[\omega_1^2(1 + \frac{e}{\rho}\sqrt{2}) - \omega^2]} \quad 20$$

Al separar la respuesta asociada a cada grado de libertad en la ecuación (20), considerando que el desplazamiento del suelo es sinusoidal de amplitud  $A_0$ , de manera que  $A = \omega^2 A_0$ , se tiene

$$u = A_0\sqrt{2} \left\{ \frac{1}{4 \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} (1 - \frac{e}{\rho}\sqrt{2}) - 1 \right]} + \frac{1}{4 \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} (1 + \frac{e}{\rho}\sqrt{2}) - 1 \right]} \right\} \quad 21$$

$$v = -u \quad 22$$

$$\rho\theta = A_0\sqrt{2} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4 \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{e}{\rho} \sqrt{2} \right) - 1 \right]} - \frac{\sqrt{2}}{4 \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 + \frac{e}{\rho} \sqrt{2} \right) - 1 \right]} \right\} \quad 23$$

Los términos entre paréntesis de llave en las ecuaciones (21) y (23) corresponden a los factores de amplificación dinámica (F.A.D.) del desplazamiento y giro del sistema respectivamente.

En las Figs. 3 y 4 se ha graficado las curvas de F.A.D. para los distintos valores de la excentricidad estática ( $e/\rho$ ). En ellas es posible apreciar que aunque la excentricidad estática sea muy pequeña, despreciable desde el punto de vista práctico, se produce el fenómeno de resonancia en el grado de libertad de giro; esto ocurre cuando la frecuencia de la sollicitación coincide con cualquiera de las frecuencias correspondientes a los modos naturales de vibrar de la estructura que poseen componente torsional, aunque ésta también sea muy pequeña. Otra característica del movimiento que puede observarse en las Figs. 3 y 4 es que éste es inestable, tanto traslacional como torsionalmente, en las vecindades de las frecuencias naturales de la estructura. Es posible notar, además, que la zona de inestabilidad aumenta a medida que aumenta la excentricidad estática.

Para interpretar correctamente el significado y la proyección de este

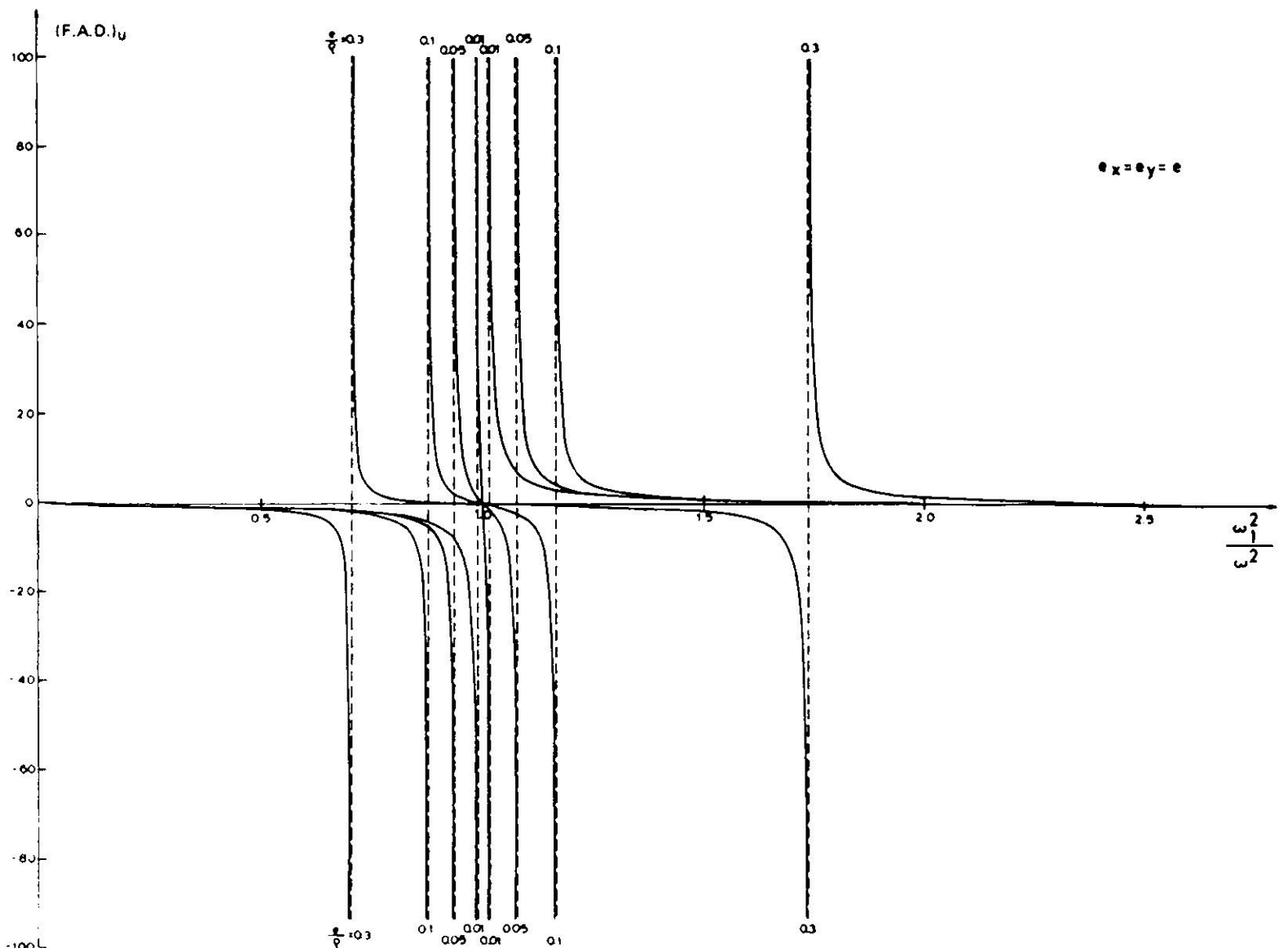


Fig. 3. Factor de amplificación dinámico de desplazamiento

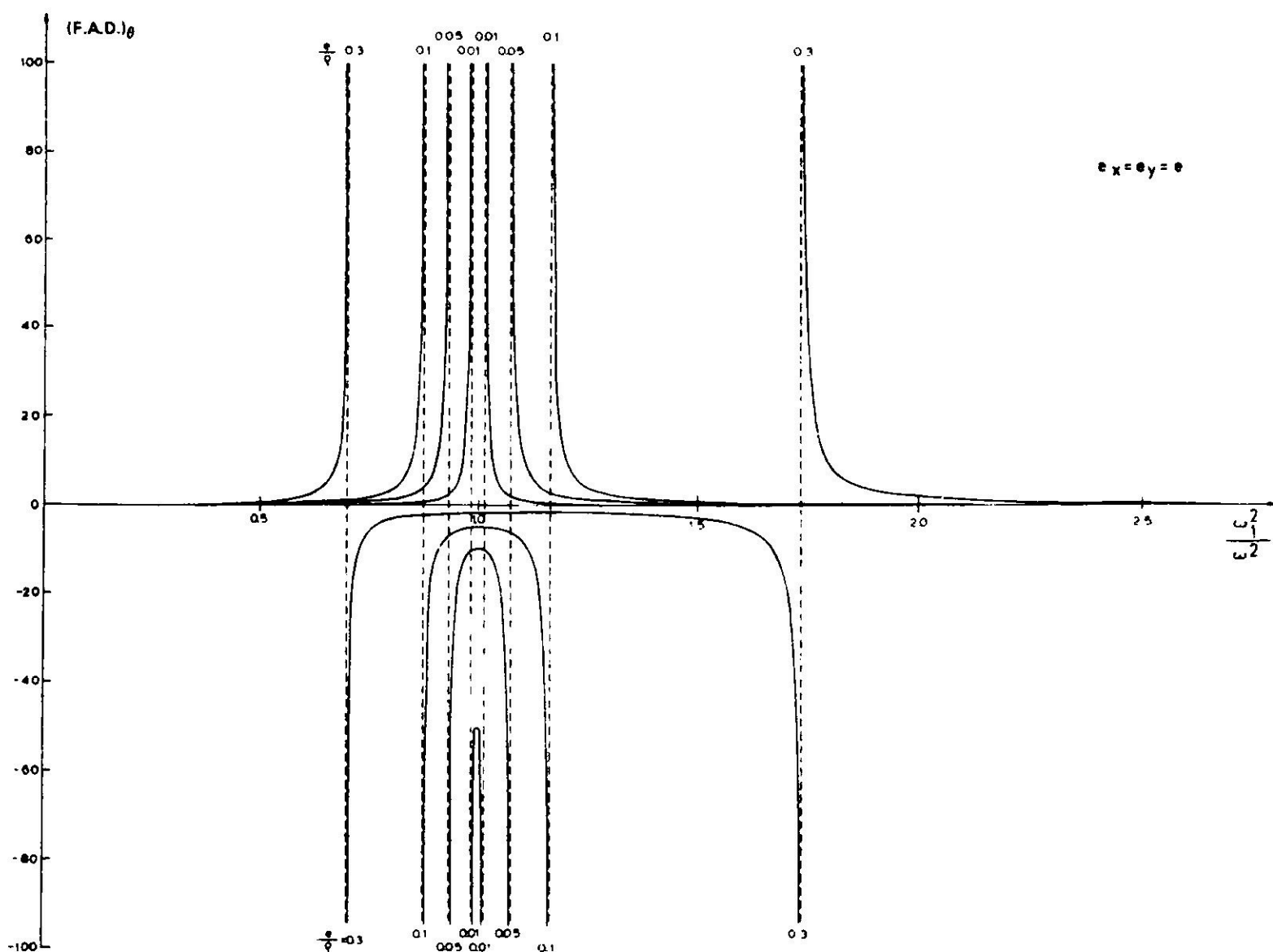


Fig. 4. Factor de amplificación dinámica de giro

resultado hay que tener presente que proviene de un modelo linealizado de la estructura, sometido a un régimen oscilatorio estacionario. En consecuencia, con el resultado obtenido para el giro  $\theta$  se demuestra teóricamente que estructuras aparentemente simétricas responden con oscilaciones torsionales de gran amplitud cuando son solicitadas traslacionalmente, conclusión que concuerda plenamente con observaciones experimentales y simulaciones del fenómeno.

Un caso particular de la situación considerada anteriormente, se da cuando un edificio presenta excentricidad estática en un eje solamente, y éste resulta ser perpendicular a la dirección de aplicación de la sollicitación. En esas condiciones, se tiene

$$e_x = 0 \quad e_y = e \quad 24a$$

$$\omega_{n2,3}^2 = \omega_1^2 \left(1 \mp \frac{e}{\rho}\right) \quad 24b$$

las direcciones críticas coinciden con los ejes  $X$  e  $Y$  del sistema de coordenadas

$$\operatorname{tg} \alpha_{cr1} \rightarrow \infty \rightarrow \alpha_{cr1} = \frac{\pi}{2} \quad (\text{Eje } Y)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{cr2} = \operatorname{tg} \alpha_{cr3} = 0 \rightarrow \alpha_{cr2} = \alpha_{cr3} = 0 \quad (\text{Eje } X)$$



Haciendo un desarrollo análogo al anterior (ecuaciones (14) a (20)), es decir, aplicando la sollicitación según la dirección crítica de los modos 2 y 3 (Eje X), se obtiene

$$u = -A_0\sqrt{2} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2} \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{e}{\rho} \right) - 1 \right]} + \frac{1}{2\sqrt{2} \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 + \frac{e}{\rho} \right) - 1 \right]} \right\} \quad 25$$

$$\rho\theta = -A_0\sqrt{2} \left\{ \frac{1}{2\sqrt{2} \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{e}{\rho} \right) - 1 \right]} - \frac{1}{2\sqrt{2} \left[ \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \left( 1 + \frac{e}{\rho} \right) - 1 \right]} \right\} \quad 26$$

En las Figs. 5 y 6 se muestra las curvas de F.A.D. correspondientes a las ecuaciones (25) y (26). De ellas es posible extraer conclusiones análogas a las obtenidas de las curvas de las Figs. 3 y 4; con ello se establece una justificación analítica para las observaciones descritas en las referencias (3, 6, 10, 19, 21), en las que se indica que los edificios que cumplen con las condiciones de las ecuaciones (24a) y (24b), presentan oscilaciones torsionales de gran magnitud cuando la excentricidad estática es muy pequeña.

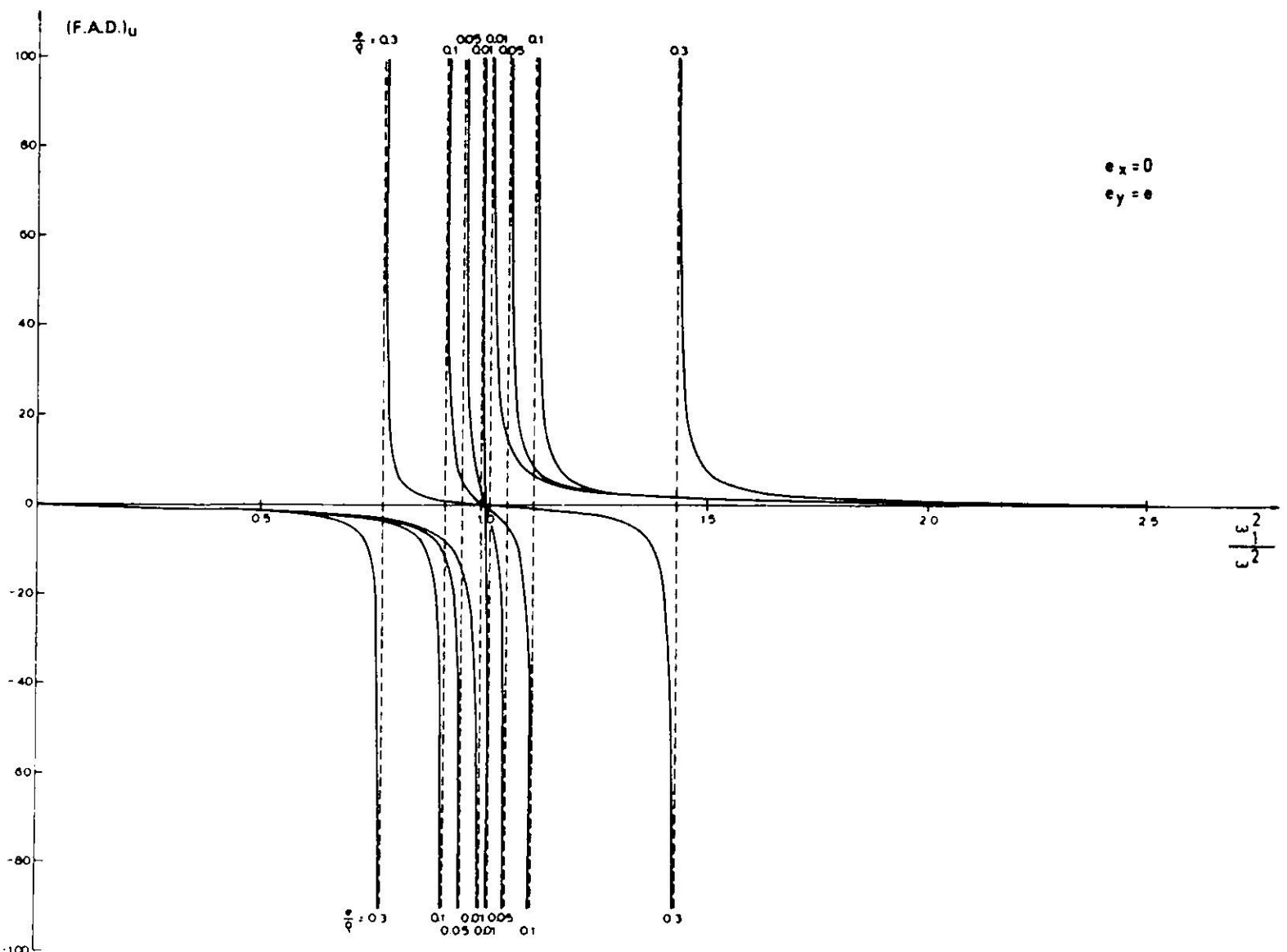


Fig. 5. Factor de amplificación dinámico de desplazamiento.

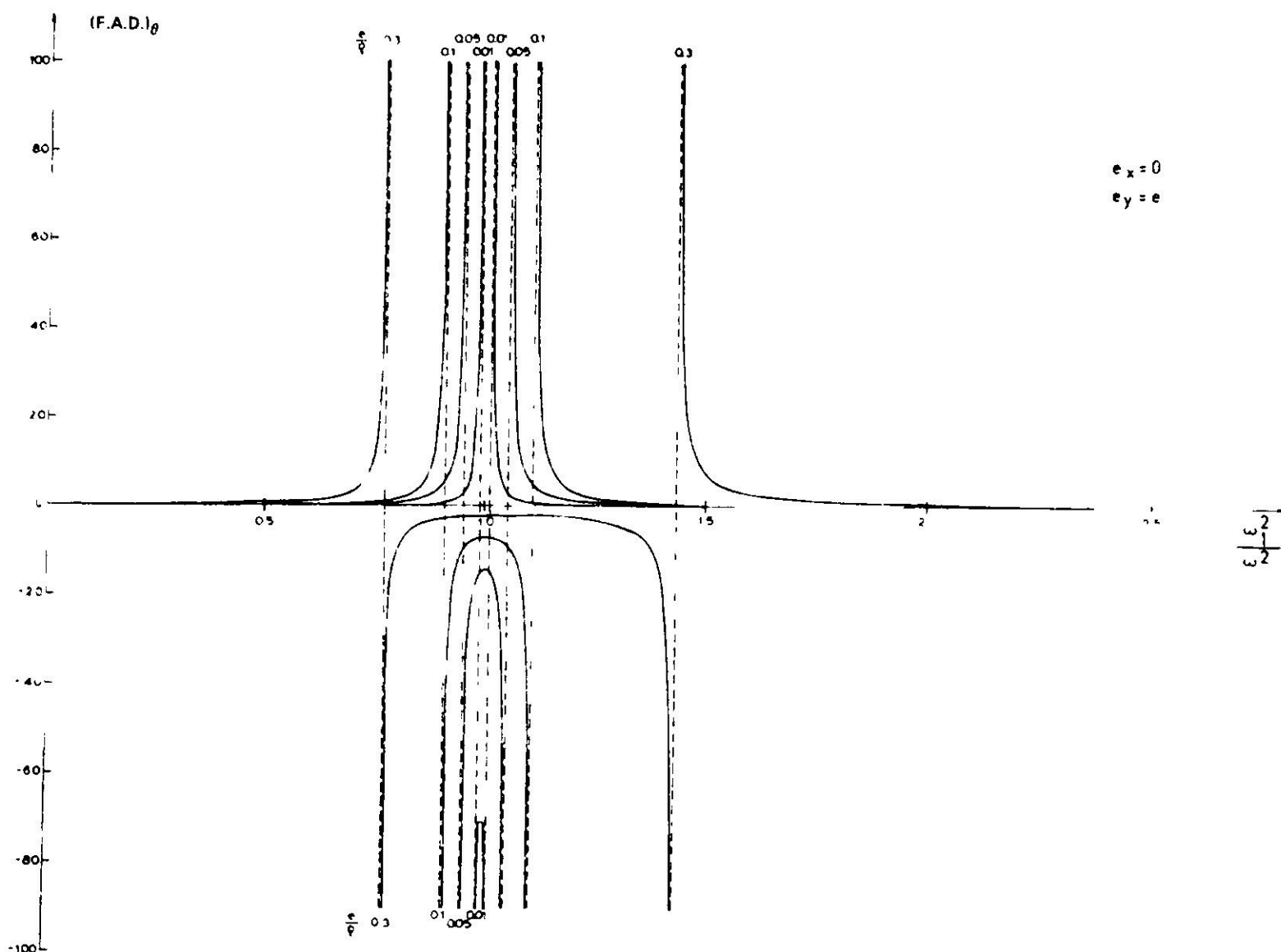


Fig. 6. Factor de amplificación dinámica de giro.

## DISCUSION Y CONCLUSIONES

Del estudio expuesto en este trabajo se infiere que los modelos lineales son apropiados para describir analíticamente algunos aspectos de interés sobre el comportamiento dinámico real de edificios, posibilidad que se ve notablemente facilitada por la sencillez inherente del análisis de sistemas lineales. Para estudiar la respuesta torsional de edificios se ha empleado un modelo lineal que permite reproducir y fundamentar analíticamente, las observaciones prácticas<sup>13, 14</sup> y experimentales<sup>1</sup> del fenómeno. Por otra parte, el modelo del movimiento sísmico empleado en esta investigación, no obstante su sencillez, permite extraer importantes conclusiones sobre la respuesta dinámica torsional de las estructuras y su relación con las características de la sollicitación. Además, si se tiene en cuenta que las estructuras lineales se comportan como filtros de banda angosta en torno a sus frecuencias naturales<sup>22</sup>, la modelación del sismo mediante una función sinusoidal tiene plena validez real.

Una de las conclusiones destacables del presente estudio establece que uno de los parámetros determinantes de la respuesta dinámica torsional de edificios lo constituye la dirección de aplicación de la sollicitación, ya que la amplitud de la respuesta de cada modo depende de ella; dicha amplitud varía

de cero, cuando la dirección de aplicación es perpendicular a la dirección crítica del modo, hasta alcanzar su valor máximo cuando la dirección de aplicación es precisamente la crítica. Por lo tanto, de este parámetro depende que las vibraciones de la estructura sean gobernadas preferentemente por una u otra forma modal, lo que significa mayor o menor excitación de los diferentes grados de libertad del sistema y, por lo tanto, mayores o menores esfuerzos en los elementos resistentes que conforman el edificio. A este respecto una de las disposiciones de la Norma Chilena de Cálculo Antisísmico de Edificios<sup>12</sup> especifica que las estructuras se deben calcular y analizar, por lo menos, para dos direcciones perpendiculares o aproximadamente perpendiculares entre sí. La limitación que contiene esta disposición es que un edificio puede ser calculado para resistir los esfuerzos que se generan de un análisis como el indicado y, sin embargo, quedar subdimensionado porque las direcciones de aplicación de la sollicitación supuesta no correspondan realmente a las que generan los máximos esfuerzos. Sobre este punto se sugiere extender la investigación a edificios de varios pisos, con el propósito de estudiar la manera de definir las direcciones críticas de los modos fundamentales de estructuras de  $3n$  grados de libertad.

También se ha encontrado que un factor de gran influencia en el comportamiento dinámico torsional de edificios, se refiere a las características de la estructura. Se ha determinado en forma analítica que estructuras que satisfacen la relación crítica de rigideces dada por la ecuación (18), y que, además, poseen excentricidades estáticas nulas desde el punto de vista práctico, quedan sometidas a oscilaciones torsionales de gran magnitud cuando son sollicitadas traslacionalmente. La explicación física de este comportamiento puede deducirse si se tiene en cuenta que las frecuencias naturales de las tres formas modales del sistema, ecuaciones (18) y (19), tienden a igualarse cuando la excentricidad estática tiende a cero, lo que indica que existe un problema de resonancia entre los modos naturales<sup>20</sup>, que, teniendo en cuenta el comportamiento de filtro de banda angosta de las estructuras lineales, va a estar siempre presente cuando la sollicitación corresponda a un sismo real que tiene un gran contenido de frecuencias.

Los códigos de diseño, en el método estático de análisis, no toman en cuenta el fenómeno señalado en el párrafo anterior; sólo consideran un factor de amplificación dinámico del momento de torsión y una excentricidad estática accidental adicional<sup>3, 11, 12</sup>. De lo que se deduce que edificios con dos ejes de simetría, es decir, excentricidades estáticas prácticamente nulas, quedan subdimensionados al calcularlos empleando las disposiciones de la norma chilena vigente<sup>12</sup>. Para eliminar las causas de este problema se debe evitar que un edificio que presenta excentricidades pequeñas tenga una estructuración tal que se alcance una relación de rigideces cercana a la crítica. Otra vía de solución para este tipo de edificios, que requiere más investigación, es la realización de un análisis dinámico según las direcciones críticas de los modos fundamentales

de la estructura, con lo que se obtendría la respuesta dinámica máxima del sistema en cada modo. Si los esfuerzos que se determinarían en un análisis como el indicado resultarán muy elevados, podría ser más económico modificar la estructuración y alejarse de la relación crítica de rigideces.

### RECONOCIMIENTO

Este trabajo forma parte de la Tesis de Magister en Ingeniería Sísmica de la autora, investigación que está siendo financiada por el proyecto *Riesgo y Destructividad Sísmica* (I 1534-8212) del Departamento de Desarrollo de la Investigación de la Universidad de Chile.

### AGRADECIMIENTOS

La autora agradece las valiosas sugerencias del profesor Sr. Rodolfo Saragoni H. y los comentarios del profesor Sr. Joaquín Monge E.

### REFERENCIAS

1. JENNINGS, P.; MATTHIESEN, R. y HOERNER, J. *Forced vibration of a 22 story steel frame building*, Earthquake Engineering Research Laboratory, Report EERL 71-01, California Institute of Technology, Pasadena, febrero 1971.
2. SANDI, H. y SERBANESCU, G. Experimental results on the dynamic deformation of multi-story buildings, *Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, 1969, vol. 1, B-1, pp. 150-164.
3. BUSTAMANTE, J. y ROSENBLUETH, E. Building code provisions on torsional oscillations, *Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering*, Japón, 1960, vol. 2, pp. 879-894.
4. CAMPUSANO, D. *Torsión en planta de estructuras de un piso sometidas a sismos*. Memoria de título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1968.
5. GATICA, R.; MONGE, J. y GUENDELMAN, T. *Torsión dinámica. Teoría y aplicación*, Publicación SES I 9/76 (126), Sección Ingeniería Estructural, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1976.
6. MORONI, L. *Estudio de la amplificación dinámica en edificios de doble simetría sometidos a terremotos reales*, Memoria de título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1979.
7. MEIROVICH, A. *Estudio del acoplamiento de modos normales en torsión*, Memoria

- de título, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1981.
8. NEWMARK, N. Torsion in symmetrical buildings. *Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, 1969, vol. 2, A-3, pp. 19-32.
  9. MAZILU, P.; SANDI, H. y TEODORESCU, D. Analysis of torsional oscillations, *Proceedings of the Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, Roma, Italia, 1973, Paper N° 18.
  10. ELORDUY, J. y ROSENBLUETH, E. Torsiones sísmicas en edificios de un piso. *Segundo Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Veracruz, México, 1968.
  11. ROSENBLUETH, E. Aseismic provisions for the federal district, Mexico, *Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering*, Japón, 1960, vol. 3, pp. 2009 - 2026.
  12. Norma chilena de cálculo antisísmico de edificios. (NCh 433. Of.72).
  13. ROSENBLUETH, E. The earthquake of 28 July 1957 in Mexico City, *Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering*, Japón, 1960, vol. 1, pp. 359 - 378.
  14. STEINBRUGGE, K. y FLORES, R. Structural engineering view point, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 53, febrero 1963, pp. 225 - 307.
  15. HOUSNER, G. y OUTINEN, H. The effect of torsional oscillations on earthquake stresses, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 48, pp. 221 - 229, julio 1958.
  16. AYRE, R. Experimental response of an asymmetric, one-story building model to an idealized transient ground motion, *Bulletin of the seismological society of America*, vol. 33, n° 2, abril 1943, pp. 91 - 119.
  17. MONGE, J. *Diseño de estructuras sismorresistentes, 2ª Parte*. Publicación SES D 2/82 (174), Sección Ingeniería Estructural, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1982.
  18. ARZE, E. Torsión en planta de edificios, *Primeras Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, Santiago, julio 1963, vol. 2, B-3.1, pp. 1 - 12.
  19. KAN, C. y CHOPRA, A. Effects of torsional coupling on earthquake forces in buildings, *Journal of the Structural Division*, ASCE, vol. 103, N° ST4, abril 1977, pp. 805-819.
  20. ROSENBLUETH, E. y ESTEVA, L. *Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios*, Ediciones de Ingeniería, México, 1962.
  21. DEMPSEY, K. y IRVINE, H. Envelopes of maximum seismic response for a partially symmetric single story building model, *Earthquake Engineering and Estructural Dynamics*, vol. 7, 1979, pp. 161-180.
  22. CREMPIEN, J. *Influencia de la duración de movimientos sísmicos en la respuesta de estructuras elásticas*, Publicación SES I, 3/77 (130), Sección Ingeniería Estructural, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, 1977.

#### TORSIONAL COUPLING IN SYMMETRICAL BUILDINGS

##### SUMMARY

*The dynamic torsional behaviour of structures has been extensively studied. Different approaches have been used but no general theoretical conclusions have been obtained,*

*specially in the case of symmetrical buildings.*

*In this paper, an analytical study of the structural dynamic response considering simple models of both the structure and the ground motion, is performed. The parameters controlling the phenomenon are identified. Among them, the ground motion direction, the frequency content and the structural characteristics.*

*It is concluded that when the torsional and traslational stiffness in symmetrical buildings keep a special relation, lateral and torsional motions are strongly-coupled. On the basis of these results, some aspects of the Chilean Earthquake Resistant Desing Code are discussed.*